

Bisler

**ASTROJEODEZİK AÇLARIN DEFORMASYONU
VE
TÜRKİYE 1. DERECE TRİYANGÜLASYON AĞI**

Onur GÜRKAN

THE UNIVERSITY OF CHICAGO

LIBRARY OF THE UNIVERSITY OF CHICAGO

1955

Çalışmanın amacı iki kısımda düşünülebilir. İlki, yalnız yersel yöntemlerle ve alışılacağı yollarla kurulmuş astrojeodezik ağları genelde ele alıp yersel ölçme ve gözlemlerin indirgenmesinde uygulanan yanlışlıklar ve hesaplamalardaki tam olmayan kabullerin ağ deformasyonu nedenleri arasındaki paylarını saptamak ve buradan kaynaklanan düzeltmeleri en kısa yoldan verecek bir matematik model geliştirmektir. İkincisi ve temelde asıl olanı Türkiye I. derece triyângülasyon ağını bu açıdan irdeleyip, yenilenmesinde yapılması gereken işlerin belirlenmesine katkıda bulunmaktadır.

Bu amaçlara yönelinmiş olarak, yersel yöntemlerde yararlanılan koordinat sistemleri üç boyutlu jeodezi kapsamında ele alınmış ve buradaki sorunun çözümünü kolaylaştıracak biçimde iki grupta toplanmıştır. Bunlar, ölçme ve gözlemlerin dayandığı doğal sistemler grubu ile hesaplamaların dayandığı referans sistemleri grubudur. Asamalı bir biçimde, aralarındaki bağıntılara açıklık getirilip bir bütünlük kazandırılmış ve buradan aranan model geliştirilmiştir.

Hem bu modelin pratiğe uygulanma olanaklarını görmek, hem de anılan nedenlerin ağ deformasyonlarındaki paylarını saptamak için yapılan sayısal incelemede yapay yer uydusu gözleme sonuçlarından da yararlanılmıştır. Modelin yersel bazı ek ölçmelerle uygulamaya aktarılabilceği görülmüş, deformasyon nedenlerinin payının da yer yer düşünülenin çok üstüne çıkabileceği gözlenmiştir. Geliştirilen model ile hesaplanan, burada ele alınan nedenlerden gelen deformasyon ile yapay yer uydusu gözlemlerinde bulunan toplam deformasyon arasında % 92 oto ve % 90 çapraz korelasyona ABD ağında rastlanmıştır. Anılan ağ ile Türkiye ağı arasında biçim ve kuruluşlarında izlenen yollar bakımından pek çok benzerlikler vardır. Burada ele alınan nedenlerle ABD ağında ± 5.50 m ve Türkiye ağında ± 2.50 m dolaylarında bir iç duyarlık kaybı olabileceği görülmüştür. Ayrıca Türkiye ağına ED-50 ile bağıntısındaki zayıf dayanağın, ağı ortalarında 6 m dolaylarında sistematik bir konum hatasına neden olabileceği sonucu ortaya çıkmıştır. Bunun yöneltmeden mi, yoksa yerleştirmeden mi kaynaklandığı, ancak komşu ağlardaki aynı nedenli deformasyonlar incelendikten sonra söylenebilir.

Türkiye I. derece triyângülasyon ağına yenilenmesi söz konusu olduğunda, gerek doğru bir yerleştirme ve yöneltim, gerekse çeşitli amaçlara hizmet edecek düzeyde bir iç duyarlığa ulaşmak için, yenilemenin dengeleme hesabı adımıyla önce yapılması zorunlu arazi ve büro hazırlık çalışmalarından söz edilmiştir.

İ Ç İ N D E K İ L E R

1 - Giriş	1
2 - Koordinat Sistemleri	3
2.1- Doğal Koordinat Sistemleri	3
2.1.1-Ortalama Ortak Dik Koordinat Sistemi(X,Y,Z).	3
2.1.2-Ortalama Ortak Eğri Koordinat Sistemi(Λ, Φ, W), ($\Lambda, \phi, \tilde{H}$)	3
2.1.3-Astronomik Yerel Sistemler($\tilde{e}, \tilde{m}, \tilde{n}$), ($\tilde{\alpha}, \tilde{\beta}, \tilde{\delta}$)	5
2.2- Referans Koordinat Sistemleri	7
2.2.1-Jeodezik Ortak Dik Koordinat Sistemi(u,v,w).	8
2.2.2-Jeodezik Ortak Eğri Koordinat Sistemleri(λ, ϕ, U), (λ, ϕ, H), (λ, ϕ, h)	8
2.2.3-Jeodezik Yerel Sistemler(e,m,n), (α, β, δ)	8
3 - Koordinat Sistemleri Arasındaki Diferansiyel Bağlantılar	9
3.1- Doğal Sistemler Arasındaki Karşılıklı Bağlantılar	9
3.2- Referans Sistemler Arasındaki Karşılıklı Bağlantılar.	18
3.3- Doğal ve Referans Koordinatlar Arasındaki Bağlantılar	26
4 - Astrojeodezik Ağların Alışılacak Yolları Kuruluşu	33
4.1- Yatay ve Düşey Kontrollara Ait İşlemlerin Ana Çizgileri.	33
4.2- Yatay Kontrol Ağlarına İlişkin Bazı Olumsuz Gerçekler.	34
4.3- Ölçmelerin ve Gözlemlerin İndirgenmelerinde Gözardı Edilen, Tam Uygulanmayan ya da Yanlış Uygulanan Miktarlar ile Hesaplamalarda ki Uyumsuz Yaklaşıklık ve Kabullerin Etkilerini Veren Formüllerin Çıkarılması.	35
5 - Yapay Yer Uydusu Gözlemlerinden Elde Edilen Verilere Dayanılarak Yapılan Sayısal Bir İnceleme.	44
5.1- Yöntemin Genel Çizgileri	49
5.2- NWL-9D ve NAD-27 Verileri Kullanılarak Sayısal Bir Örnek	54
6 - Türkiye I.Derece Triyagülasyon Ağı	77
7 - Sonuç	88
Yararlanılan Kaynaklar.	90
Teşekkür.	95

1 - G İ R İ Ő

İster bilimsel, isterse pratik amaçlara yneldin jeodezide temel noktaların oluşturduğu ağların önemli ykmlilikleri vardır. Noktaların koordinatlarının daha doğrulukla elde edilmeleri için zamanın bilim ve teknolojisinin tüm olanaklarından yararlanma çabaları tarihsel gelişim süreci içinde hep var olmuştur. Bu çabalar bazen salt bilimsel kayıdan kaynaklanmış olabilir, ancak tek başına böyle bir içgüdünün gelişim motorluğu yapamayacağı açıktır. Ana dürtü diğer bilim ve mesleklerdeki gelişmeler ve insanlığın pratik gereksinimlerinin jeodeziden beklentileridir.

Günümüzde de bilimler ve meslekler arası dinamizm büyük bir ivme ile hız kazanmış, yer dinamiği, uzay bilimleri vb. yeni konu ve bilim dalları doğmuş ya da doğmaktadır. Bunun yanı sıra dünyanın doğrusal olmayan bir biçimde artan nüfusuna karşılık tamamı sınırlı olan doğal zenginliklerin çıkarılması ve bölüşümü vb. teknik ve toplumsal sorunlar ağırlık kazanmaktadır. Anılan bilim ve meslekler arası etkileşim ile insanlığın yeni gereksinimleri jeodeziden beklentilerde nitelik ve nicelik bakımından değişimler yaratmıştır. Bunları karşılamak amacıyla yer yer uluslararası işbirliği biçiminde, yer yer de tek ülkeler olarak eskiden var olan jeodezik ağlar yenilenmektedir, [11], [66]. Yenilenmenin ilk adımını oluşturan, eskiden var olan ağın yeniden gözden geçirilme aşamasında, eski lme alet ve tekniklerindeki gelişmeler ile elektronik uzaklık ölçerler, yapay yer uyduları, bilgisayarlar, istatistik ynenler vb. devreye yeni giren olanakların yanı sıra kavramlara getirilen açıklıkların da yadsınamayan katkıları olmaktadır. Nasıl ki, bir kaç yüzyıl önce geometrik olanlara ek fiziksel kavramların jeodeziye girmesiyle kuramsal ve pratik atılımlar birbirini izlemişse, şimdi de problemin çözümünde birlikte ele alınan boyut sayısının artırılması anılan açıklıkları getirmekte ve bunlar yeni olanaklarla pratiğe yansıtılabilmektedir. Yirmi yıl kadar önce H. Hotine [34] ve arkadaşlarının kuramsal olarak başlattıkları üç boyutlu jeodezi akımının pratikteki yaygın ürünlerinin daha yeni derlenmekte olduğu şu yıllarda E. Grafarend [22] ve arkadaşlarının [37] öncülüğünde kuramsal bir dört boyutlu jeodezi (mekan-zaman) aşamasına ulaşılmıştır.

Bu genel görünümün ışığında, var olan jeodezik ağlar yeniden geçirilirken bunların deformasyonları güncellik kazanmakta ve nedenleri araştırılmaktadır. Son

yıllardaki araştırmalar alışlagelen yollarla kurulmuş eski ağılarda günün ulaşılabilen ölçü incelikleri ve doğruluk derecelerine göre gözardı edilemeyecek deformasyonlar bulunduğunu ortaya çıkarmıştır, [25], [36], [53]. Sorun bunların gerçek nedenlerini saptamaktır.

Bu çalışmada iki amaç güdülmüştür. Birincisi genel bir yaklaşımdır. Bununla, ölçme ve gözlemlerin indirgenmelerindeki yaklaşıklıklar ve eksik kabullerin alışlagelen yollarla kurulmuş astrojeodezik ağılarda ortaya çıkartılan deformasyonlardaki paylarının ne olabileceğinin hem kuramsal hem de sayısal olarak açıklığa kavuşturulması amaçlanmıştır. Buradan kaynaklanacak düzeltmelerin en kısa yoldan hesaplanabileceği bir matematik modelin geliştirilmesi de bu genel yaklaşımın kapsamında düşünülmelidir. İkincisi özel bir yaklaşım olup Türkiye I. derece triyangülasyon ağıının bu açıdan irdelenerek, yeniden dengelenmesine geçilmeden önce yapılması gerekli büro ve arazi hazırlık çalışmalarının belirlenmesine yardımcı olmak amaçlanmıştır.

2 - K O O R D İ N A T S İ S T E M L E R İ

Problemalarının yapılarından gelen nedenlerle jeodezinin temel ödevlerinin başa-
rılmasında çeşitli koordinat sistemleri kullanılır. Bunları genel anlamda şöyle-
ce ikiye ayırmak mümkündür:

- gözleme ve ölçmelerin dayandığı doğal sistemler,
- hesaplamaların dayandığı referans sistemleri.

Tek tek her birinin tanım ve ayrıntıları yararlanılan kaynaklar bölümünde başlı-
caları verilen temel kitaplarda ve konuyla ilgili makalelerde bulunabilir. Bura-
da yalnızca astrojeodezik ağları doğrudan ilgilendirenler ağların kurulmasındaki
önemleri açısından kısaca gözden geçirilecektir.

2.1- D o ğ a l K o o r d i n a t S i s t e m l e r i

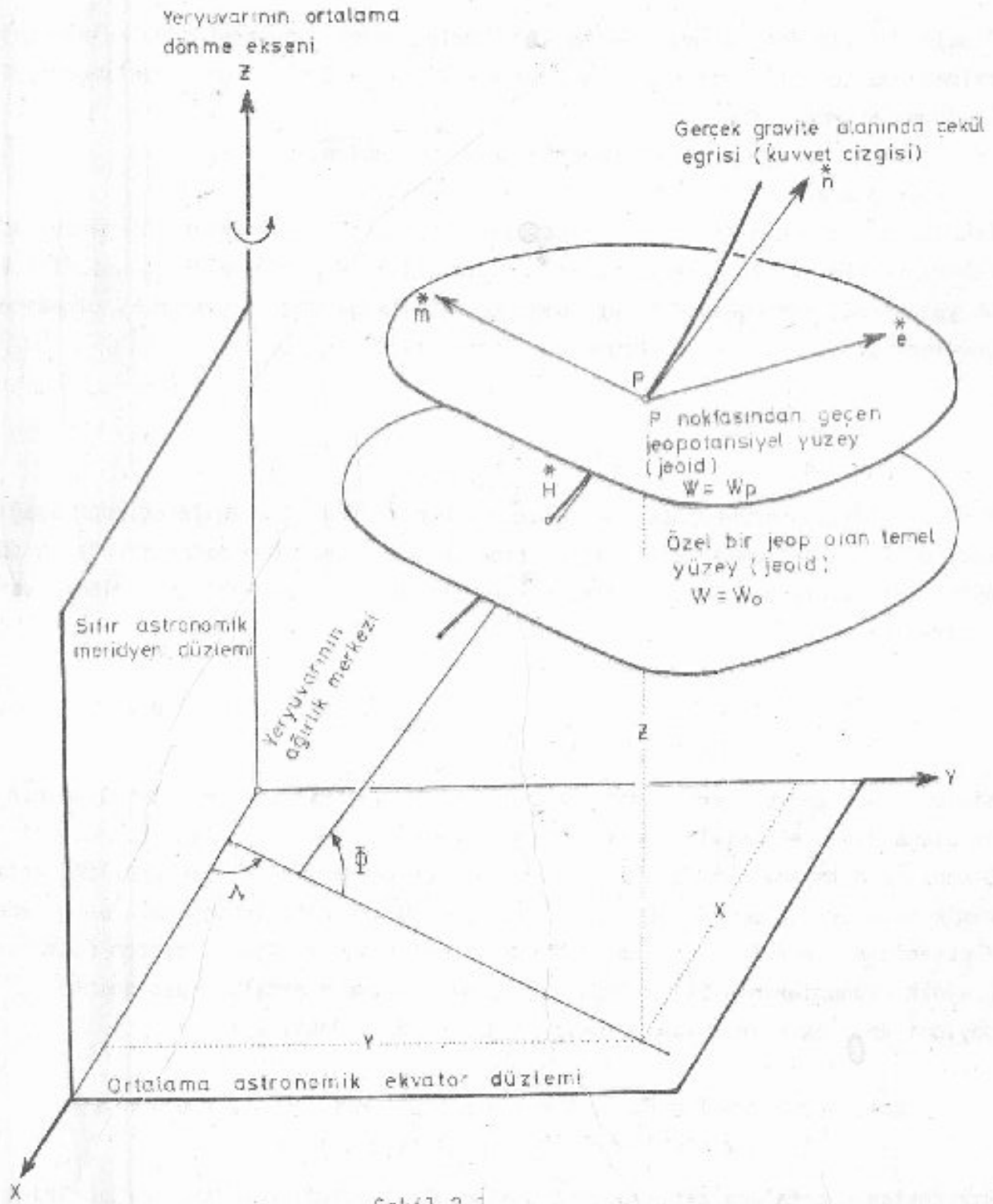
Burada yalnızca yeryüzündeki noktaların konumlarıyla ilgilenileceğinden aşağıda
sözü edilecek sistemler katı yeryuvarına bağlı ve zamandan bağımsız olarak düşü-
nülmalıdır. Bunlara "doğal" denmesinin nedeni doğa içinde fiziksel anlamda var
olmalarıdır.

2.1.1- O r t a l a m a O r t a k D i k K o o r d i n a t S i s t e m i (X,Y,Z)

Sistemin başlangıcı yeryuvarının ağırlık merkezindedir. Z eksenini yeryuvarının
ortalama dönme eksenineyle çakışık olup kuzey yer kutbuna yöneliktir. X eksenini
Greenwich ortalama astronomik meridyen düzlemine paralel olarak ortalama astro-
nomik ekvator düzleminde uzanır ve artı yönü 0° astronomik boylamı işaret eder.
Y ekseniyse bir sağ el sistemi oluşturacak biçimdedir, [44]. Bu sistem noktaların
uzaydaki konumlarının belirlenmesine ve bir noktanın ortalama astronomik λ
boylamı ve ϕ enleminin tanımlanmasına hizmet eder, Şekil 2.1..

2.1.2- O r t a l a m a O r t a k E ğ r i K o o r d i n a t S i s t e m l e r i $(\lambda, \phi, W), (\lambda, \phi, \hat{H})$

Bir noktanın ortalama astronomik λ boylamıyla ϕ enlemi koordinatlardan ikisi
olarak alınır. Jeodezik astronominin kendi özel problemleri düşünülmezse bunlar
ölçülebilen büyüklüklerdir ve $\vec{g}$ gerçek gravite vektörünün yukarıda anılan X, Y, Z
eksenlerine göre doğrultusunu belirlerler, [44]. Üçüncü koordinat olarak ya W
jeopotansiyeli ya da $\hat{H}$ ortometrik yükseklik alınır. Bunların her ikisi de gerçek



Doğal Ortalama Koordinatlar

gravite vektörünün g büyüklüğüyle yakından ~~ilgili~~ ^{ilişkili}dir. Dolayısıyla, ister (λ, ϕ, W) isterse $(\lambda, \phi, \dot{H})$ doğrudağ yeryuvarının gerçek gravite alanına dayanmaktadır. [32].

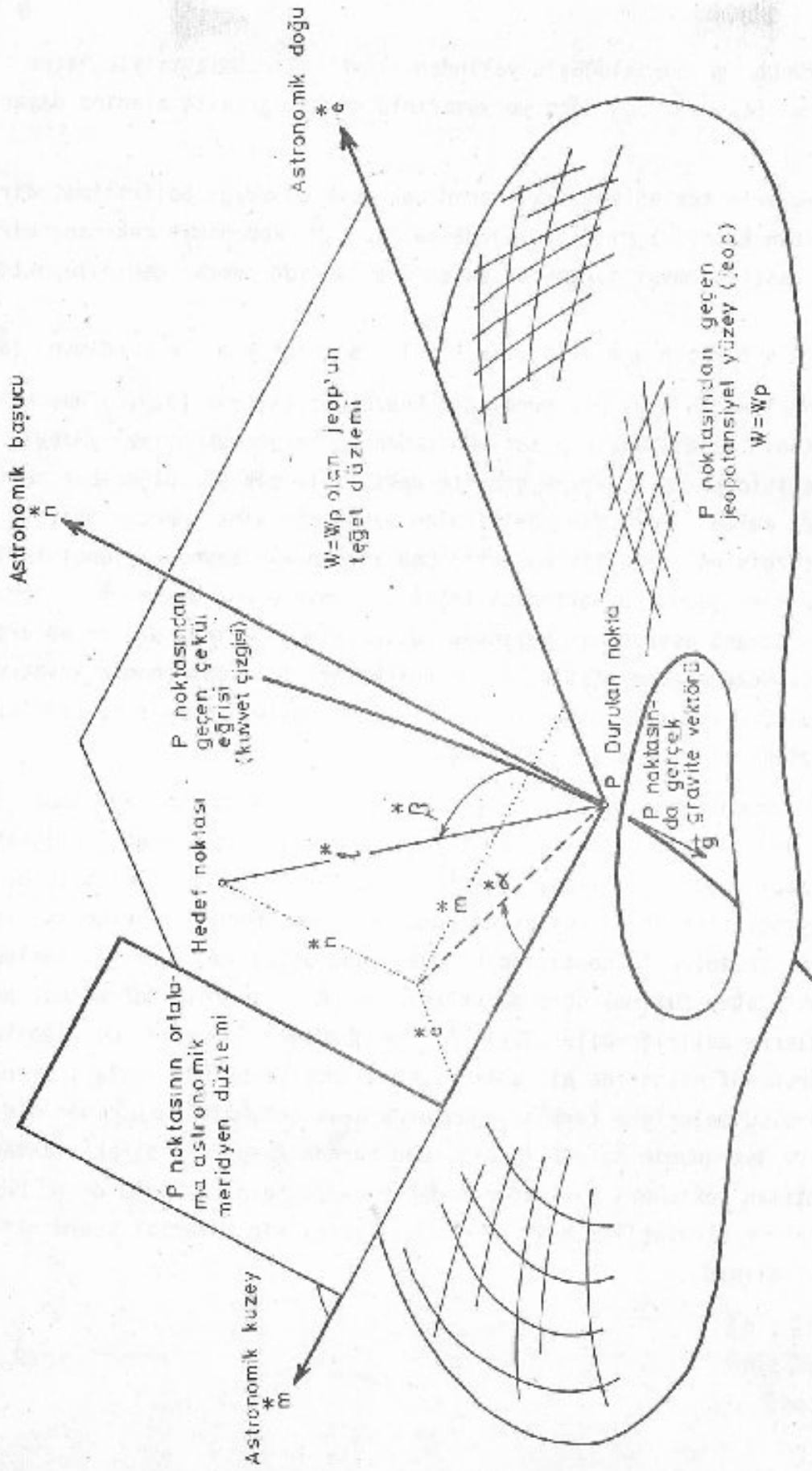
Ancak, bu sistemlerin tek anlamlılıklarının çok açık olmadığı belirtilmelidir. Tek anlamlılıktan kasıt, aynı (λ, ϕ, W) ya da $(\lambda, \phi, \dot{H})$ koordinat takımına birden fazla noktada rastlanmaması durumudur. Bu soruna ileride tekrar değinilecektir.

★ 2.1.3- Astronomik Yerel Sistemler $(\hat{e}, \hat{m}, \hat{n}), (\hat{e}^*, \hat{m}^*, \hat{n}^*)$

Uzaydaki her nokta için ayrı bir yerel dik koordinat sistemi $(\hat{e}, \hat{m}, \hat{n})$ düşünülür. Başlangıç, noktanın kendisidir. $\hat{n}$ eksenini noktadan geçen jeopotansiyel yüzeyin (jeopun) normaliyle ya da $\hat{g}$ gerçek gravite vektörüyle çakışır. Diğer bir deyişle, $\hat{n}$ eksenini genel anlamda bir uzay eğrisi olan çekül eğrisine (gerçek gravite alanının kuvvet çizgisine) teğettir ve artı yönü astronomik başucuna yönelmiştir. $\hat{m}$ ve $\hat{e}$ eksenleri jeopun o noktadaki teğet düzleminde bulunurlar. $\hat{m}$ eksenini aynı zamanda ortalama astronomik meridyen düzleminin de içinde uzanır ve artı yönü astronomik kuzeye yönelmiştir. $\hat{e}$ ekseniyse ortalama astronomik ekvator düzlemine paralel olup artı yönü astronomik doğuyu gösterir. Böylece eksenler bir sağ el sistemi oluştururlar. [64], [65]

Bu sistemlerin matematik bağıntılarda kullanılmasında çok titiz davranmak gerekir. Çünkü, sonsuz sayıdaki bu sistemlerin yalnızca başlangıçları değişmez, eksenlerinin doğrultuları da farklılaşır. Pratikte ölçülen değerler genellikle bu sistemlere dayandırılır. Bir P noktasına kurulan hemen hemen tüm jeodezik aletler ve gereçler $\hat{n}$ eksenine (P noktasındaki düşey doğrultu) ya da $\hat{e}\hat{m}$ düzlemine (P noktasındaki yatay düzlem) göre düzeçlenir ve $\hat{m}$ ekseninin doğrultusu astronomik gözlemlerle belirlenebilir. Şekil 2.2'de görülen α ve δ ölçülebilen büyüklüklerdir. Hedef noktasına ait astronomik azimut ve basucu açıları olan bu büyüklüklerin ölçülmesinde farklı yoğunluklu hava katmanlarının neden olduğu diferansiyel ve astronomik refraksiyon sorunu burada konu dışı bırakılmaktadır. Durulan ve bakılan noktaları birleştiren doğru parçasının uzunluğu da ($\hat{r}$ büyüklüğü de) istenirse ölçülebilir. Böylece $(\hat{a}, \hat{z}, \hat{r})$ yerel bir kutupsal koordinat sistemi olarak alınıp

$$\begin{pmatrix} \hat{e} \\ \hat{m} \\ \hat{n} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sin \delta \sin \alpha \\ \cos \delta \sin \alpha \\ \cos \delta \end{pmatrix} \quad (2.1)$$



Şekil 2.2

Yerel Astronomik Koordinatlar

bağıntılarıyla (ξ, η, ζ) yerel dik koordinatlar elde edilebilir, [65]. Triangülasyon uygulamalarında yatay açılar astronomik azimutların farkları olarak ölçülürler ve başucu açılarının ölçülmesinden refraksiyon nedeniyle genellikle kaçınılır. Diğer taraftan, durulan nokta ve hedef noktası aynı yatay düzlem içinde olsalar bile geleneksel baz ölçüleriyle ξ büyüklüğü elde edilmez. Geleneksel baz ölçüsü ile elde edilen miktar aslında gerçek gravite alanındaki karmaşık bir uzay eğrisinin uzunluğudur. Bu eğrinin yay elemanı $d\xi^2 = d\xi^2 + d\eta^2 + d\zeta^2$ olarak gösterilirse bileşenleri

$$\begin{pmatrix} d\xi \\ d\eta \\ d\zeta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha \cos\beta & \sin\alpha \sin\beta \\ -\sin\alpha & \cos\alpha \cos\beta & \cos\alpha \sin\beta \\ 0 & -\sin\beta & \cos\beta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \xi \sin\beta & 0 & 0 \\ 0 & \xi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d\alpha \\ d\beta \\ d\xi \end{pmatrix} \quad (2.2)$$

olarak belirlidir. Görüldüğü gibi eğri boyunca noktadan noktaya yalnız ξ değişmez, α ve β değerleri de değişir. Böylece durulan noktayla hedef noktası arasındaki her hangi bir eğrinin yay elemanı

$$d\xi^2 = d\xi^2 + d\eta^2 + d\zeta^2 = \xi^2 \sin^2\beta \cdot d\alpha^2 + \xi^2 d\beta^2 + d\xi^2 \quad (2.3)$$

olur.

Eğer bir noktada Λ ve/veya ϕ ve/veya U için birden fazla değer bulunabiliyorsa (ξ, η, ζ) ve (α, β, ξ) birer koordinat sistemi olarak alınamazlar. Bu sorun (Λ, ϕ, U) sisteminin tek anlamlılığı sorunuyla ilintilidir.

2.2- Referans Koordinat Sistemleri

Ortalama ortak eğri koordinat sisteminin tek anlamlılığına ilişkin belirsizlik bir yana, doğal sistemlerde hesaplanalar çok karmaşıktır ve belirli problemlerde ek ölçüler yapmayı gerektirir. Bu nedenlerle hesaplamaların daha kolaylıkla yapılabilmesi, tek anlamlılığı kesin ve doğal sistemlerle farkları doğrusal matematik işlemlere uyacak kadar küçük bazı referans sistemleri ötedenberi kullanılmaktadır. Jeodezinin hem geometrik hem de fiziksel kavramları için bunları dönел elipsoid sistemleri olarak seçmek anlamlı bir gelenektir. Tümöyle düşünsel olan bu sistemler her hangi bir doğa büyüklüğünün ya da olayının gerçek matematik modelleri değildir.

2.2.1- Jeodezik Ortak Dik Koordinat Sistemi (u,v,w)

Sistemin başlangıcı, dönel eşpotansiyelli yüzeylerine sferopotansiyel yüzey (sferop) denilen eksene göre simetrik düşünsel bir standart gravite alanının ağırlık merkezidir. Referans elipsoid (dönel elipsoid) özel bir sferoptur, [42]. w ekseni simetri eksenidir. u ve v eksenleri, sırasıyla 0° ve 90° -doğu jeodezik boylamları işaret ederek jeodezik ekvator düzleminde yer alırlar. Bu sağ el sistemi doğal sistemlerden (X,Y,Z)'i karşılamak amacıyla düşünülür.

2.2.2- Jeodezik Ortak Eğri Koordinat Sistemleri $(\lambda, \phi, U), (\lambda, \phi, H), (\lambda, \phi, h)$

İster geometrik isterse fiziksel kavramlar için olsun seçilecek bir referans elipsoidin normali yardımıyla λ boyları, ϕ enlemi ve h elipsoid yüksekliği ya da H normal yükseklik ilgili kaynaklarda yeteri açıklıkla tanımlanmaktadır. Burada yalnızca (λ, ϕ, U) sistemine değinilecektir. Koordinatlardan birisi olan U, noktadaki standart gravite potansiyelidir. λ boyları ve ϕ enlemi ise noktadan geçen $U(u,v,w) = \text{sabit}$ sferopotansiyel yüzeyin (sferopun) normaline göre tanımlanır. Aynı noktaya ait boylamlar her üç sistemde de aynı olmasına karşın enlemlerin birbirinden farklı olacağı açıkça görülebilir. Bununla beraber, sistemlerin her üçü de eksene göre simetrik aynı bir standart gravite alanına, dolayısıyla (u,v,w) sistemine dayandırılabilir. Bunlarla da doğal sistemlerden $(\lambda, \phi, W), (\lambda, \phi, \tilde{H})$ 'i karşılamak amaçlanır.

2.2.3- Jeodezik Yerel Sistemler $(e,m,n), (\alpha, \beta, \gamma)$

Bu sistemler de astronomik yerel sistemlere karşılık olmak üzere ortaya konurlar. Aynen orada olduğu gibi n ekseni söz konusu noktadan geçen sferopun normalidir. e ve m eksenleri de sferopun teğet düzleminde sırasıyla jeodezik doğu ve jeodezik kuzeye yönelmişlerdir. İdeali $\epsilon = \tilde{\epsilon}$ olmasıdır, ancak burada genel bir hal olmak üzere $\epsilon \neq \tilde{\epsilon}$ alınacaktır.

3 - K O O R D İ N A T S İ S T E M L E R İ A R A S İ N D A K İ D İ F E R A N S İ Y E L B A Ğ İ N T İ L A R

Hem doğal hem de referans koordinatların tanımları kendi içlerinde birbiriyle ilintili olduklarından aralarında karşılıklı dönüşüm bağıntıları olmalıdır. Ayrıca, doğal koordinatlarla referans koordinatlar arasındaki karşılıklı bağıntılara da gereksinme vardır. Çünkü bunların aralarındaki farklar (sapmalar) doğrusal matematik işlemlere uygulanacaktır. Eğri koordinatlar da kapsamda olmak koşuluyla tüm sistemlerin iç özelliklerinin korunabilmesi için karşılıklı diferansiyel bağıntıların kurulması gerekir.

3.1- Doğal Sistemler Arasındaki Karşılıklı Bağıntılar

İlgilenilen noktadaki yerel dik koordinat sistemi bağıntılarının elde edilmesindeki tüm sorumluluğu yüklenir. Eğer ayrıcalık işaret edilmemişse, aşağıdaki bağıntılarda daima aynı yerel dik koordinat sisteminde ve onun başlangıç noktasında kalınıyor demektir.

i- (X, Y, Z) ile $(\check{e}, \check{m}, \check{n})$ Arasındaki Bağıntı: $\check{e}, \check{m}, \check{n}$ eksenlerinin doğrultularının tanımlarından yararlanılarak ardarda iki döndürme hareketiyle aranan bağıntı

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial X}{\partial \check{e}} & \frac{\partial X}{\partial \check{m}} & \frac{\partial X}{\partial \check{n}} \\ \frac{\partial Y}{\partial \check{e}} & \frac{\partial Y}{\partial \check{m}} & \frac{\partial Y}{\partial \check{n}} \\ \frac{\partial Z}{\partial \check{e}} & \frac{\partial Z}{\partial \check{m}} & \frac{\partial Z}{\partial \check{n}} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \cos(\frac{\pi}{2} + \lambda) & -\sin(\frac{\pi}{2} + \lambda) & 0 \\ \sin(\frac{\pi}{2} + \lambda) & \cos(\frac{\pi}{2} + \lambda) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\frac{\pi}{2} - \phi) & -\sin(\frac{\pi}{2} - \phi) \\ 0 & \sin(\frac{\pi}{2} - \phi) & \cos(\frac{\pi}{2} - \phi) \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} -\sin \lambda & -\sin \phi \cos \lambda & \cos \phi \cos \lambda \\ \cos \lambda & -\sin \phi \sin \lambda & \cos \phi \sin \lambda \\ 0 & \cos \phi & \sin \phi \end{vmatrix} \check{Q}^T \quad (3.1)$$

olarak bulunur. Bu bağıntının geçerli olabilmesi için söz konusu noktadaki λ astronomik boylam ve ϕ astronomik enlerin tek değerli olması gerektiği açıktır. $\check{Q}^T$ matrisi ortogonal olduğundan ters bağıntı

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial \tilde{x}}{\partial X} & \frac{\partial \tilde{x}}{\partial Y} & \frac{\partial \tilde{x}}{\partial Z} \\ \frac{\partial \tilde{y}}{\partial X} & \frac{\partial \tilde{y}}{\partial Y} & \frac{\partial \tilde{y}}{\partial Z} \\ \frac{\partial \tilde{z}}{\partial X} & \frac{\partial \tilde{z}}{\partial Y} & \frac{\partial \tilde{z}}{\partial Z} \end{vmatrix} = (\tilde{Q}^T)^{-1} = \tilde{Q} \quad (3.2)$$

olarak hemen elde edilir. $\tilde{Q}$ matrisi, (3.1) ve (3.2) integrasyonda kullanılırsa sabittir. Örneğin:

$$x_B - x_A = -\sin \alpha_A \int_A^B d\tilde{x} - \sin \phi_A \cos \alpha_A \int_A^B d\tilde{y} + \cos \phi_A \cos \alpha_A \int_A^B d\tilde{z}$$

olur.

ii- $(\tilde{\alpha}, \tilde{\beta}, \tilde{\gamma})$ ile $(\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{z})$ Arasındaki Bağlantı: Yukarıda verilen (2.2) eşitliği

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial \tilde{x}}{\partial \tilde{\alpha}} & \frac{\partial \tilde{x}}{\partial \tilde{\beta}} & \frac{\partial \tilde{x}}{\partial \tilde{\gamma}} \\ \frac{\partial \tilde{y}}{\partial \tilde{\alpha}} & \frac{\partial \tilde{y}}{\partial \tilde{\beta}} & \frac{\partial \tilde{y}}{\partial \tilde{\gamma}} \\ \frac{\partial \tilde{z}}{\partial \tilde{\alpha}} & \frac{\partial \tilde{z}}{\partial \tilde{\beta}} & \frac{\partial \tilde{z}}{\partial \tilde{\gamma}} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \cos \tilde{\alpha} & \sin \tilde{\alpha} \cos \tilde{\beta} & \sin \tilde{\alpha} \sin \tilde{\beta} \\ -\sin \tilde{\alpha} & \cos \tilde{\alpha} \cos \tilde{\beta} & \cos \tilde{\alpha} \sin \tilde{\beta} \\ 0 & -\sin \tilde{\beta} & \cos \tilde{\beta} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \tilde{x} \sin \tilde{\beta} & 0 & 0 \\ 0 & \tilde{z} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = \tilde{A}^T \tilde{L} \quad (3.3)$$

biçiminde de yazılabilir. $\tilde{A}$ 'nın ortogonal ve $\tilde{L}$ 'nin diyagonal birer matris oldukları göz önünde bulundurulursa, ters bağlantı

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial \tilde{\alpha}}{\partial \tilde{x}} & \frac{\partial \tilde{\alpha}}{\partial \tilde{y}} & \frac{\partial \tilde{\alpha}}{\partial \tilde{z}} \\ \frac{\partial \tilde{\beta}}{\partial \tilde{x}} & \frac{\partial \tilde{\beta}}{\partial \tilde{y}} & \frac{\partial \tilde{\beta}}{\partial \tilde{z}} \\ \frac{\partial \tilde{\gamma}}{\partial \tilde{x}} & \frac{\partial \tilde{\gamma}}{\partial \tilde{y}} & \frac{\partial \tilde{\gamma}}{\partial \tilde{z}} \end{vmatrix} = (\tilde{A}^T \tilde{L})^{-1} = \tilde{M}^T \tilde{A} \quad (3.4)$$

olarak kolayca bulunur. Burada $(\tilde{M}^T)^{-1} = \tilde{L}$ ile belirlidir.

iii- (Λ, ϕ, W) ile $(\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{z})$ Arasındaki Bağlantı: (Λ, ϕ, W) ortalama ortak eğri koordinat sisteminin tek anlamlı olduğu varsayılarak bu bağlantı çeşitli bilim adamlarını üzerinde uğraştırmıştır. Soruna ilk parmak basan olarak A. Marussi [38] bilinir. Daha sonra da M. Hotine [34], E. Grafarend [18] başta gelen adlar arasında sıralanır. Tek anlamlı bir (Λ, ϕ, W) sisteminin geometrisini yakından incelemekte yarar vardır. Koordinat sisteminin her bileşeninin uzayda

bir skalar alan oluşturduğu düşünülür. Böylece üç ayrı yüzey ailesi ortaya çıkar. Bunlar:

$\Lambda(X,Y,Z) = \text{sabit} : \phi, W = \text{değişken} ,$

$\phi(X,Y,Z) = \text{sabit} : \Lambda, W = \text{değişken} ,$

$W(X,Y,Z) = \text{sabit} : \Lambda, \phi = \text{değişken} ,$

biçiminde matematik tanımlarını bulurlar, [22], Şekil 3.1 . Böylesine bir varsayım, $W(X,Y,Z) = \text{sabit}$ ailesindeki ardışık yüzeylerin jeodezik paralellliğini ve dolayısıyla diğer iki aileye ait yüzeylerle arakesitlerinin

$\phi, W = \text{sabit} : \Lambda = \text{değişken} ,$

$\Lambda, W = \text{sabit} : \phi = \text{değişken} ,$

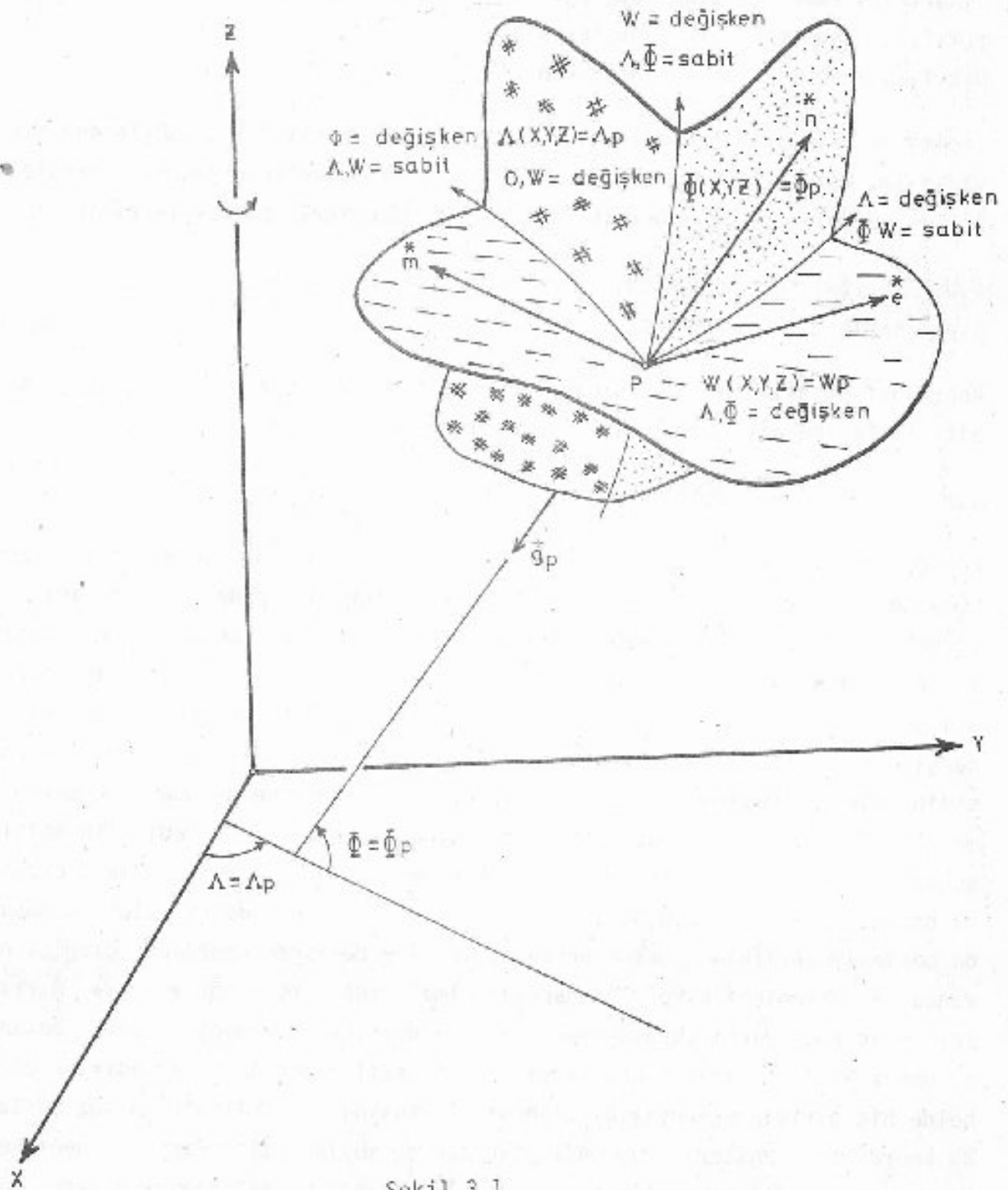
koordinat çizgilerini oluşturmayı içerir. $\Lambda(X,Y,Z) = \text{sabit} , \phi(X,Y,Z) = \text{sabit}$ ailelerine ait yüzeylerin arakesitleri de

$\Lambda, \phi = \text{sabit} : W = \text{değişken}$

koordinat çizgilerini oluşturur. Bu sonuculara eşbaşucu (isozenithal) çizgilerince denir ve çekül eğrileriyle (kuvvet çizgileriyle) özdeş olmadıkları açıkça görülebilir. Çünkü eşbaşucu çizgileri boyunca alınacak $(\tilde{e}, \tilde{m}, \tilde{n})$ sistemlerinin karşılıklı eksenleri birbirine paraleldir. Oysa çekül eğrileri boyunca alınacaklarda böyle bir kural söz konusu değildir. Diğer bir kanıt da her hangi bir noktadaki $\tilde{n}$ ekseninin kural olarak o noktadan geçen çekül eğrisinin teğeti olmasına karşılık eşbaşucu çizgisinin-genelde-teğeti olmayabilmesidir. Tüm bunlar eşbaşucu çizgileri boyunca da $d\Lambda = d\phi = 0$ tanımının doğal sonuçlarıdır. Diğer taraftan $\Lambda = \text{değişken}$ ve $\phi = \text{değişken}$ koordinat çizgileri boyunca alınacak $(\tilde{e}, \tilde{m}, \tilde{n})$ sistemlerinin eksenlerinin doğrultuları konusunda böylesi özellikler yoktur. Örneğin, bir $\phi = \text{değişken}$ koordinat çizgisi boyunca $\tilde{e}$ eksenleri birbirine paralel olmalarına karşın $\tilde{m}$ ve/veya $\tilde{n}$ eksenleri için aynı yargı yürütülemez. Bir $\Lambda = \text{değişken}$ koordinat çizgisi boyunca alınacak eksenler arasındaki karşılıklı ilişkiler çok daha karmaşıktır ve genelde hiç birisinin, karşılığı olan bir başkasına paralellüğinden söz edilemez. Bu koordinat çizgileri konusunda yalnızca şu söylenebilir. Bir $\Lambda = \text{değişken}$ koordinat çizgisi boyunca tüm $\tilde{m}$ eksenleri ortalama astronomik ekvator düzlemiyle aynı ϕ eğim açısını yaparlar. Yukarıda anılan koordinat çizgileri için şu genel yargılar sıralanabilir:

.Yüzey jeodeziği değildirler, (surface-geodesics)

.Her hangi bir noktadaki $\tilde{e}, \tilde{m}, \tilde{n}$ eksenleri bunların ne normali, ne teğeti ve



Şekil 3.1

Doğal Koordinatlar Arasındaki Geometrik İlişkiler

ne de binormalidirler.

.Genel anlamda ortogonal bir koordinat sistemi oluşturmazlar.

İstenen bağıntıların parça parça ya da bir bütün olarak çıkartılmaları [20] , [34b] vb. 'lerden izlenebilir. Anılan kaynaklardan derlenip burada kullanılan gösterime göre düzenlenirlerse, bu bağıntılar

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial \lambda}{\partial \bar{e}} & \frac{\partial \lambda}{\partial \bar{m}} & \frac{\partial \lambda}{\partial \bar{h}} \\ \frac{\partial \phi}{\partial \bar{e}} & \frac{\partial \phi}{\partial \bar{m}} & \frac{\partial \phi}{\partial \bar{h}} \\ \frac{\partial W}{\partial \bar{e}} & \frac{\partial W}{\partial \bar{m}} & \frac{\partial W}{\partial \bar{h}} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -\bar{k}_1 \sec \phi & -\bar{l}_1 \sec \phi & \bar{x}_1 \sec \phi \\ -\bar{t}_1 & -\bar{k}_2 & \bar{x}_2 \\ 0 & 0 & -g \end{vmatrix} = \bar{R}^T, \quad (3.5)$$

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial \bar{e}}{\partial \lambda} & \frac{\partial \bar{e}}{\partial \phi} & \frac{\partial \bar{e}}{\partial W} \\ \frac{\partial \bar{m}}{\partial \lambda} & \frac{\partial \bar{m}}{\partial \phi} & \frac{\partial \bar{m}}{\partial W} \\ \frac{\partial \bar{h}}{\partial \lambda} & \frac{\partial \bar{h}}{\partial \phi} & \frac{\partial \bar{h}}{\partial W} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \frac{\bar{k}_2 \cos \phi}{\bar{R}} & \frac{\bar{t}_1}{\bar{R}} & \frac{\partial(1/g)}{\partial \lambda \cos \phi} \\ \frac{\bar{t}_1 \cos \phi}{\bar{R}} & \frac{\bar{k}_1}{\bar{R}} & \frac{\partial(1/g)}{\partial \phi} \\ 0 & 0 & -(1/g) \end{vmatrix} = \bar{S} = (\bar{R}^T)^{-1} \quad (3.6)$$

olarak elde edilirler. $\bar{R}$ ve $\bar{S}$ matrislerini oluşturan elemanların anlamları da

$$\begin{aligned} -\bar{k}_1 &= \frac{1}{g} \frac{\partial^2 W}{\partial \bar{e}^2} & ; & & -\bar{k}_2 &= \frac{1}{g} \frac{\partial^2 W}{\partial \bar{m}^2} & ; & & -\bar{t}_1 &= \frac{1}{g} \frac{\partial^2 W}{\partial \bar{e} \partial \bar{m}} \\ \bar{x}_1 &= \frac{1}{g} \frac{\partial^2 W}{\partial \bar{e} \partial \bar{h}} & ; & & \bar{x}_2 &= \frac{1}{g} \frac{\partial^2 W}{\partial \bar{m} \partial \bar{h}} & ; & & -g &= \frac{\partial W}{\partial \bar{h}} \end{aligned} \quad (3.7)$$

$$\bar{R} = \bar{R}_1 \bar{R}_2 - \bar{t}_1^2 \text{ (Gauss Eğriliği) } ; \det \bar{R}^T = -g \bar{k} \sec \phi \neq 0$$

olarak belirlidir. Bu bağıntılarda aynı yerel sistemde bulunma zorunlu değildir. Ancak, bağıntılar yerel sistemlerin başlangıç noktaları için geçerlidir.

Üçüncü boyutun $\bar{h}$ ortometrik yükseklik olarak alındığı $(\lambda, \phi, \bar{h})$ sisteminde, λ ve ϕ 'nin tanımına dayanak olacak doğrultuyu kendisine normal kabul eden özel bir $W(X, Y, Z) = W_0$ jeopun temel yüzey olarak seçilmesi gerekir. Uzayın böylesine bir sistemle tanımının geometrisi diğeri kadar somut olmadığı gibi buna ait bağıntılar da daha karmaşıktır. Ancak, koordinatların tanımlarının basitleştirilmiş olması ve bir anlamda boyutlardan yüksekliğe ait olanının istenildiğinde işlem dışı bırakılabilme kolaylığı bazı yararlar sağlar. Diğeri gibi yüzey aileleri yardımıyla uzayda koordinat çizgileri oluşturmak yerine bu sistemde temel yüzey denilen özel bir yüzey üzerinde eğri aileleri alınır. Üzel bir

jeop olan temel yüzeydeki bu eğri aileleri (λ, ϕ, h) sistemindeki aynı olup noktanın koordinatlarından ikisini tanımlamaya yarar. Uzaydaki bir nokta, çekül eğrisi boyunca temel yüzeye izdüşürülür. Bu izdüşüm biçimi uygulamada Pizetti adıyla anılır. Temel yüzeydeki izdüşüm noktasının λ_0 astronomik boylamı ile ϕ_0 astronomik enlemi, uzaydaki noktanın da koordinatlarından ikisini oluşturur. Üçüncü koordinat ise izdüşüm yolunun uzunluğu olan $\bar{h}$ orlometrik yüksekliktir. Şekil 3.2, Aynı bir noktaya ait (λ, ϕ, h) ve $(\lambda, \phi, \bar{h})$ sistemlerindeki λ astronomik boylam ve ϕ astronomik enlemlerin özdeş olmadıkları açıktır. Bunlar, (λ, ϕ, h) sisteminde noktanın kendisinin bulunduğu yerdeki gerçek gravite vektörünün doğrultusu, $(\lambda, \phi, \bar{h})$ sisteminde ise temel yüzeydeki izdüşüm noktasının bulunduğu yerdeki gerçek gravite vektörünün doğrultusu olarak belirlidirler ve genel anlamda aralarında fark vardır. Bu fark da çekül eğrisiyle eşbaşucu çizgilerinin (isozenithals) özdeş olmamalarından kaynaklanır. Uygulamada, geleneksel olarak, temel yüzey diye jeoid tanımlanır.

Doğal sistemler arasındaki diğer karşılıklı ilişkiler, artık zincir kuralı yardımıyla bulunacak bağıntılarla kolayca kurulabilir.

iv- $(\lambda, \phi, \bar{h})$ ile (X, Y, Z) Arasındaki Bağntı : Yukarıdaki (3.1) ile (3.3) eşitliklerinden bu bağıntı

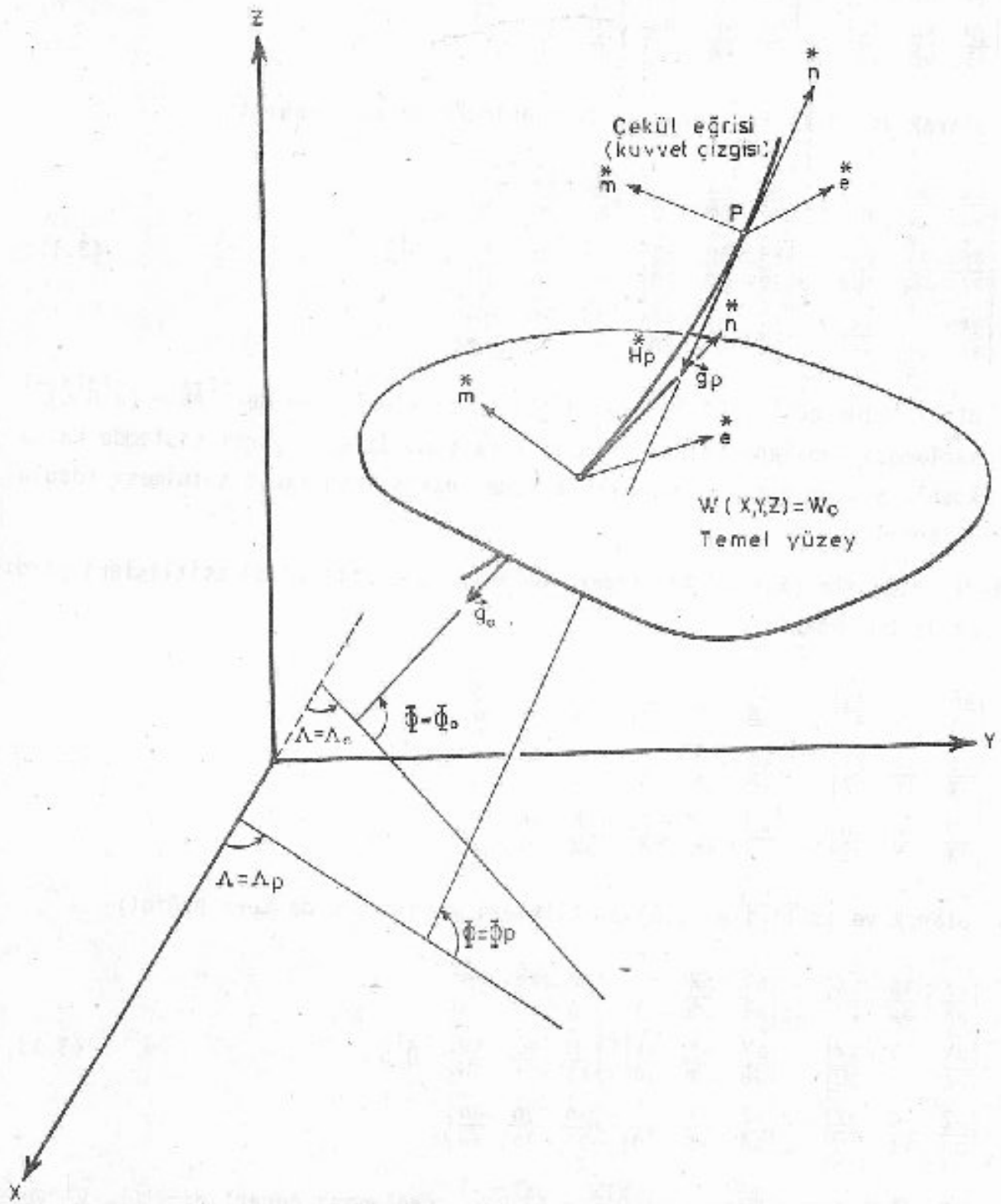
$$\begin{bmatrix} \frac{\partial X}{\partial \lambda} & \frac{\partial X}{\partial \phi} & \frac{\partial X}{\partial \bar{h}} \\ \frac{\partial Y}{\partial \lambda} & \frac{\partial Y}{\partial \phi} & \frac{\partial Y}{\partial \bar{h}} \\ \frac{\partial Z}{\partial \lambda} & \frac{\partial Z}{\partial \phi} & \frac{\partial Z}{\partial \bar{h}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial X}{\partial \bar{\lambda}} & \frac{\partial X}{\partial \bar{\phi}} & \frac{\partial X}{\partial \bar{h}} \\ \frac{\partial Y}{\partial \bar{\lambda}} & \frac{\partial Y}{\partial \bar{\phi}} & \frac{\partial Y}{\partial \bar{h}} \\ \frac{\partial Z}{\partial \bar{\lambda}} & \frac{\partial Z}{\partial \bar{\phi}} & \frac{\partial Z}{\partial \bar{h}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial \bar{\lambda}}{\partial \lambda} & \frac{\partial \bar{\lambda}}{\partial \phi} & \frac{\partial \bar{\lambda}}{\partial \bar{h}} \\ \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial \lambda} & \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial \phi} & \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial \bar{h}} \\ \frac{\partial \bar{h}}{\partial \lambda} & \frac{\partial \bar{h}}{\partial \phi} & \frac{\partial \bar{h}}{\partial \bar{h}} \end{bmatrix} = Q^T A^T L \quad (3.8)$$

olarak ve (3.2) ile (3.4) eşitliklerinden de ters bağıntı

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial \bar{\lambda}}{\partial X} & \frac{\partial \bar{\lambda}}{\partial Y} & \frac{\partial \bar{\lambda}}{\partial Z} \\ \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial X} & \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial Y} & \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial Z} \\ \frac{\partial \bar{h}}{\partial X} & \frac{\partial \bar{h}}{\partial Y} & \frac{\partial \bar{h}}{\partial Z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \bar{\lambda}}{\partial \bar{X}} & \frac{\partial \bar{\lambda}}{\partial \bar{Y}} & \frac{\partial \bar{\lambda}}{\partial \bar{Z}} \\ \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial \bar{X}} & \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial \bar{Y}} & \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial \bar{Z}} \\ \frac{\partial \bar{h}}{\partial \bar{X}} & \frac{\partial \bar{h}}{\partial \bar{Y}} & \frac{\partial \bar{h}}{\partial \bar{Z}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial \bar{X}}{\partial X} & \frac{\partial \bar{X}}{\partial Y} & \frac{\partial \bar{X}}{\partial Z} \\ \frac{\partial \bar{Y}}{\partial X} & \frac{\partial \bar{Y}}{\partial Y} & \frac{\partial \bar{Y}}{\partial Z} \\ \frac{\partial \bar{Z}}{\partial X} & \frac{\partial \bar{Z}}{\partial Y} & \frac{\partial \bar{Z}}{\partial Z} \end{bmatrix} = H^T A^T Q \quad (3.9)$$

olarak elde edilir. (3.8) ile (3.9) eşitliklerinin sağlamaları da $H^T A^T Q = (Q^T A^T L)^T$ ile kendiliğinden çıkar.

v - $(\lambda, \phi, \bar{h})$ ile (λ, ϕ, h) Arasındaki Bağntı: Yukarıdaki (3.3) ile (3.5) eşitliklerinden bu bağıntı



Şekil 3.2
Doğal Sistemlerden $(\Lambda, \varphi, \vec{n})$

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial A}{\partial \xi} & \frac{\partial A}{\partial \beta} & \frac{\partial A}{\partial \gamma} \\ \frac{\partial \phi}{\partial \xi} & \frac{\partial \phi}{\partial \beta} & \frac{\partial \phi}{\partial \gamma} \\ \frac{\partial W}{\partial \xi} & \frac{\partial W}{\partial \beta} & \frac{\partial W}{\partial \gamma} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial A}{\partial \xi} & \frac{\partial A}{\partial \eta} & \frac{\partial A}{\partial \zeta} \\ \frac{\partial \phi}{\partial \xi} & \frac{\partial \phi}{\partial \eta} & \frac{\partial \phi}{\partial \zeta} \\ \frac{\partial W}{\partial \xi} & \frac{\partial W}{\partial \eta} & \frac{\partial W}{\partial \zeta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial \xi}{\partial \alpha} & \frac{\partial \xi}{\partial \beta} & \frac{\partial \xi}{\partial \gamma} \\ \frac{\partial \eta}{\partial \alpha} & \frac{\partial \eta}{\partial \beta} & \frac{\partial \eta}{\partial \gamma} \\ \frac{\partial \zeta}{\partial \alpha} & \frac{\partial \zeta}{\partial \beta} & \frac{\partial \zeta}{\partial \gamma} \end{bmatrix} = \tilde{R}^T \tilde{A}^T \tilde{L} \quad (3.10)$$

olarak ve (3.4) ile (3.6) eşitliklerinden de ters bağıntı

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial \alpha}{\partial \xi} & \frac{\partial \alpha}{\partial \beta} & \frac{\partial \alpha}{\partial \gamma} \\ \frac{\partial \beta}{\partial \xi} & \frac{\partial \beta}{\partial \beta} & \frac{\partial \beta}{\partial \gamma} \\ \frac{\partial \gamma}{\partial \xi} & \frac{\partial \gamma}{\partial \beta} & \frac{\partial \gamma}{\partial \gamma} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \alpha}{\partial \xi} & \frac{\partial \alpha}{\partial \eta} & \frac{\partial \alpha}{\partial \zeta} \\ \frac{\partial \beta}{\partial \xi} & \frac{\partial \beta}{\partial \eta} & \frac{\partial \beta}{\partial \zeta} \\ \frac{\partial \gamma}{\partial \xi} & \frac{\partial \gamma}{\partial \eta} & \frac{\partial \gamma}{\partial \zeta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial \xi}{\partial A} & \frac{\partial \xi}{\partial \phi} & \frac{\partial \xi}{\partial W} \\ \frac{\partial \eta}{\partial A} & \frac{\partial \eta}{\partial \phi} & \frac{\partial \eta}{\partial W} \\ \frac{\partial \zeta}{\partial A} & \frac{\partial \zeta}{\partial \phi} & \frac{\partial \zeta}{\partial W} \end{bmatrix} = \tilde{A}^T \tilde{S} \quad (3.11)$$

olarak elde edilir. (3.10) ve (3.11) eşitlikleri için de $\tilde{A}^T \tilde{S} = (\tilde{R}^T \tilde{A}^T \tilde{L})^{-1}$ sağlanması yapılabilir. Bunların integrasyonunda aynı yerel sistemde kalma koşulu yoktur. Ancak, bunun yerine hedef noktasının sabit tutulması koşulu eklenir.

vi- (λ, ϕ, W) ile (X, Y, Z) Arasındaki Bağıntı: (3.2) ile (3.5) eşitlikleri yardımıyla bu bağıntı

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial \lambda}{\partial X} & \frac{\partial \lambda}{\partial Y} & \frac{\partial \lambda}{\partial Z} \\ \frac{\partial \phi}{\partial X} & \frac{\partial \phi}{\partial Y} & \frac{\partial \phi}{\partial Z} \\ \frac{\partial W}{\partial X} & \frac{\partial W}{\partial Y} & \frac{\partial W}{\partial Z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \lambda}{\partial \xi} & \frac{\partial \lambda}{\partial \eta} & \frac{\partial \lambda}{\partial \zeta} \\ \frac{\partial \phi}{\partial \xi} & \frac{\partial \phi}{\partial \eta} & \frac{\partial \phi}{\partial \zeta} \\ \frac{\partial W}{\partial \xi} & \frac{\partial W}{\partial \eta} & \frac{\partial W}{\partial \zeta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial \xi}{\partial X} & \frac{\partial \xi}{\partial Y} & \frac{\partial \xi}{\partial Z} \\ \frac{\partial \eta}{\partial X} & \frac{\partial \eta}{\partial Y} & \frac{\partial \eta}{\partial Z} \\ \frac{\partial \zeta}{\partial X} & \frac{\partial \zeta}{\partial Y} & \frac{\partial \zeta}{\partial Z} \end{bmatrix} = \tilde{R}^T \tilde{Q} \quad (3.12)$$

olarak ve (3.1) ile (3.6) eşitlikleri yardımıyla da ters bağıntı

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial X}{\partial \lambda} & \frac{\partial X}{\partial \phi} & \frac{\partial X}{\partial W} \\ \frac{\partial Y}{\partial \lambda} & \frac{\partial Y}{\partial \phi} & \frac{\partial Y}{\partial W} \\ \frac{\partial Z}{\partial \lambda} & \frac{\partial Z}{\partial \phi} & \frac{\partial Z}{\partial W} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial X}{\partial \xi} & \frac{\partial X}{\partial \eta} & \frac{\partial X}{\partial \zeta} \\ \frac{\partial Y}{\partial \xi} & \frac{\partial Y}{\partial \eta} & \frac{\partial Y}{\partial \zeta} \\ \frac{\partial Z}{\partial \xi} & \frac{\partial Z}{\partial \eta} & \frac{\partial Z}{\partial \zeta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial \xi}{\partial \lambda} & \frac{\partial \xi}{\partial \phi} & \frac{\partial \xi}{\partial W} \\ \frac{\partial \eta}{\partial \lambda} & \frac{\partial \eta}{\partial \phi} & \frac{\partial \eta}{\partial W} \\ \frac{\partial \zeta}{\partial \lambda} & \frac{\partial \zeta}{\partial \phi} & \frac{\partial \zeta}{\partial W} \end{bmatrix} = \tilde{Q}^T \tilde{S} \quad (3.13)$$

olarak bulunur. Burada da $\tilde{Q}^T \tilde{S} = (\tilde{R}^T \tilde{Q})^{-1}$ sağlanması geçerlidir. $\tilde{C}$, $\tilde{R}^T$ ve $\tilde{S}$ matrislerinin integrasyonda değişken olarak alınmaları gerektiği açıkça görülmektedir.

Doğal koordinat sistemlerinde yay elemanları da şöyledir;

. (X,Y,Z) sisteminde

$$d\tilde{s}^2 = dX^2 + dY^2 + dZ^2 \quad (3.14)$$

. (A,φ,W) sisteminde

$$\begin{aligned} d\tilde{s}^2 = & \left(\frac{\tilde{k}_2^2 + \tilde{l}_1^2}{\tilde{k}_2^2} \right) dA^2 + \left(\frac{(\tilde{k}_2^2 - \tilde{l}_1^2)}{\tilde{k}_2^2} \right) d\phi^2 + \left(\frac{\partial(1/g)}{\partial A} \right)^2 \sec^2 \phi - \left(\frac{\partial(1/g)}{\partial \phi} \right)^2 + \left(\frac{1}{g} \right)^2 dW^2 \\ & + 2 \left[- \frac{(\tilde{k}_1 + \tilde{k}_2) \tilde{l}_1 \cos \phi}{\tilde{k}_2^2} \right] dA d\phi + 2 \left[\frac{\tilde{k}_2 \partial(1/g)}{\tilde{k}_2 \partial A} \sec \phi + \frac{\tilde{l}_1 \cos \phi}{\tilde{k}_2} \frac{\partial(1/g)}{\partial \phi} \right] dA dW \\ & + 2 \left[\frac{\tilde{l}_1 \sec \phi}{\tilde{k}_2} \frac{\partial(1/g)}{\partial A} + \frac{\tilde{k}_1 \partial(1/g)}{\tilde{k}_2 \partial \phi} \right] d\phi dW \end{aligned} \quad (3.15)$$

. (ē,ṁ,n̄) sisteminde

$$d\tilde{s}^2 = d\tilde{e}^2 + d\tilde{m}^2 + d\tilde{n}^2 \quad (3.16)$$

. (ḡ,β̄,ξ̄) sisteminde

$$d\tilde{s}^2 = \tilde{\xi}^2 \sin^2 \tilde{\beta} d\tilde{\alpha}^2 + \tilde{\xi}^2 d\tilde{\beta}^2 + d\tilde{\xi}^2 \quad (3.17)$$

Yay elemanlarına ait bu tanımlardan (3.14), (3.16), (3.17) ait oldukları sistemlerin koordinat çizgilerinin ortogonalliğini, (3.15) ise (A,φ,W) sisteminin koordinat çizgilerinin-genelde-ortogonal olmadığını gösterir.

Yukarıda verilen tüm formüllerin birbirileri ile olan matematik uyumları sağlanmıştır. (X,Y,Z) sisteminin tek anlamlılığı görünen bir gerçek olmasına karşın (A,φ,W) sistemininki, dolayısıyla (ē,ṁ,n̄) ve (ḡ,β̄,ξ̄) sistemlerinki o denli güvenceli değildir. Yukarıdaki tanımlarda (A,φ,W) sistemi için sistemin yapısından gelen kaçınılmaz olanların dışında singüler noktanın bulunmadığı varsayılmaktadır. Oysa bunun yadsınılamayacak bir gerçeğe dayandırılması gerekir. En etken yol, sistemin kendisinden gelen yapısal singüler noktaların dışında uzayın her noktasında $(\tilde{R}^T \tilde{Q})$ matrisinin determinantının sıfırdan farklı, reel ve tek değerli olduğunun kanıtlanmasıdır. Böylesine bir kanıtlama ise tüm yeryüzüne ait torsiyon terazisi, yatay ve düşey gravite gradiyeni ölçüleri, astronomik gözlemler, vb. dayanan ayrıntılı bir incelemeden sonra ancak belki yapılabilir. Bu nedenle, son yıllarda tüm araştırmacılar, yaptıkları araştırma kendi sonuçları ile varlığını ortaya koymadıkça ya da varlığı başkalarının kanıtlanmadıkça yukarıdaki varsayımı bozacak singüler noktalar yokmuş gibi davranmaktadırlar. Bu davranışın özellikle kitlelerin dışındaki uzay kesimi için haklılığını onaylayan kuramsal kanıtlamalar da yok değildir. Ayrıca, bu sorunun çalışmaların bundan sonraki bölümlerini etkilemeyeceği kendiliğinden görülebilir.

3.2- Referans Sistemler Arasındaki Bağıntılar

Referans sistemler arasındaki bağıntılar kurulurken aynen doğal sistemlerdeki yol izlenmektedir. Aşağıda yalnızca sonuçlar verilmekte ve özellik gösterenler için yerinde dikkat çekilmektedir.

i- (u,v,w) ile (e,m,n) Arasındaki Bağıntı:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial e} & \frac{\partial u}{\partial m} & \frac{\partial u}{\partial n} \\ \frac{\partial v}{\partial e} & \frac{\partial v}{\partial m} & \frac{\partial v}{\partial n} \\ \frac{\partial w}{\partial e} & \frac{\partial w}{\partial m} & \frac{\partial w}{\partial n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin\lambda & -\sin\phi \cos\lambda & \cos\phi \cos\lambda \\ \cos\lambda & -\sin\phi \sin\lambda & \cos\phi \sin\lambda \\ 0 & \cos\phi & \sin\phi \end{bmatrix} = Q^T \quad (3.13)$$

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial e}{\partial u} & \frac{\partial e}{\partial v} & \frac{\partial e}{\partial w} \\ \frac{\partial m}{\partial u} & \frac{\partial m}{\partial v} & \frac{\partial m}{\partial w} \\ \frac{\partial n}{\partial u} & \frac{\partial n}{\partial v} & \frac{\partial n}{\partial w} \end{bmatrix} = Q = (Q^T)^{-1} \quad (3.19)$$

ii- (α,β,λ) ile (e,m,n) Arasındaki Bağıntı:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial e}{\partial \alpha} & \frac{\partial e}{\partial \beta} & \frac{\partial e}{\partial \lambda} \\ \frac{\partial m}{\partial \alpha} & \frac{\partial m}{\partial \beta} & \frac{\partial m}{\partial \lambda} \\ \frac{\partial n}{\partial \alpha} & \frac{\partial n}{\partial \beta} & \frac{\partial n}{\partial \lambda} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha \cos\beta & \sin\alpha \sin\beta \\ -\sin\alpha & \cos\alpha \cos\beta & \cos\alpha \sin\beta \\ 0 & -\sin\beta & \cos\beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda \sin\beta & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = A^T L \quad (3.20)$$

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial \alpha}{\partial e} & \frac{\partial \alpha}{\partial m} & \frac{\partial \alpha}{\partial n} \\ \frac{\partial \beta}{\partial e} & \frac{\partial \beta}{\partial m} & \frac{\partial \beta}{\partial n} \\ \frac{\partial \lambda}{\partial e} & \frac{\partial \lambda}{\partial m} & \frac{\partial \lambda}{\partial n} \end{bmatrix} = M^T A = (A^T L)^{-1} \quad (3.21)$$

iii- (λ,ϕ,U) ile (e,m,n) Arasındaki Bağıntı: Referans sistemlerden (λ,ϕ,U) , en genel hal olan (λ,ϕ,U) 'nin özel bir düzenlemesi olarak düşünülebilir. Burada da üç ayrı yüzey ailesi söz konusudur. Bunlar;

$\lambda(u,v,w) = \text{sabit} : \phi, U = \text{değişken},$

$\phi(u,v,w) = \text{sabit} : \lambda, U = \text{değişken},$

$U(u,v,w) = \text{sabit} : \lambda, \phi = \text{değişken},$

olarak tanımlanırlar. Ancak bu kez w eksenine göre özel biçimler verilir.

$\lambda(u,v,w)$ — sabit yüzeyleri w eksenini içeren düzlemlerdir. Diğer iki aile ise w 'ye göre eksenli dönel yüzeylerden oluşur. Şekil 3.3, . Böylece,

$\phi, U = \text{sabit} : \lambda = \text{değişken} ,$

$\lambda, U = \text{sabit} : \phi = \text{değişken} ,$

$\lambda, \phi = \text{sabit} : U = \text{değişken}$

koordinat çizgileri birer düzlem eğrisi olurlar. Sistemin daha iyi anlaşılabilmesi için [32] sayfa 39 ve 64, [34b] sayfa 187'de ayrıntılı olarak verilen (λ, θ, b) elipsoid koordinat sistemi yardımı çağırılabilir. Anılan sistemde $b = \text{sabit}$ yüzeyleri, eş odaklı elipslerin oluşturduğu bir eğri ailesinin küçük eksenleri etrafında dönmesiyle ortaya çıkar. θ , indirgenmiş enlem θ' 'yi 90° 'ye tamamlayan açıdır. Şekil 3.4, . Eğer bu sistemin eksenleri u, v, w ile özdeşleştirilirse hem (λ, θ, b) sisteminin hem de (λ, ϕ, U) sisteminin λ boyları aynı olur. Enlemlere gelince, (λ, ϕ, U) sisteminin ϕ enlemiyle (λ, θ, b) sisteminin $b = \text{sabit}$ koordinat elipsoidine ait θ enlemi arasındaki bağıntı Şekil-3.4 yardımıyla

$$\tan \phi = \tan(\theta + \lambda \phi) = \frac{\tan \theta + \tan \lambda \phi}{1 - \tan \theta \tan \lambda \phi} \quad (3.22)$$

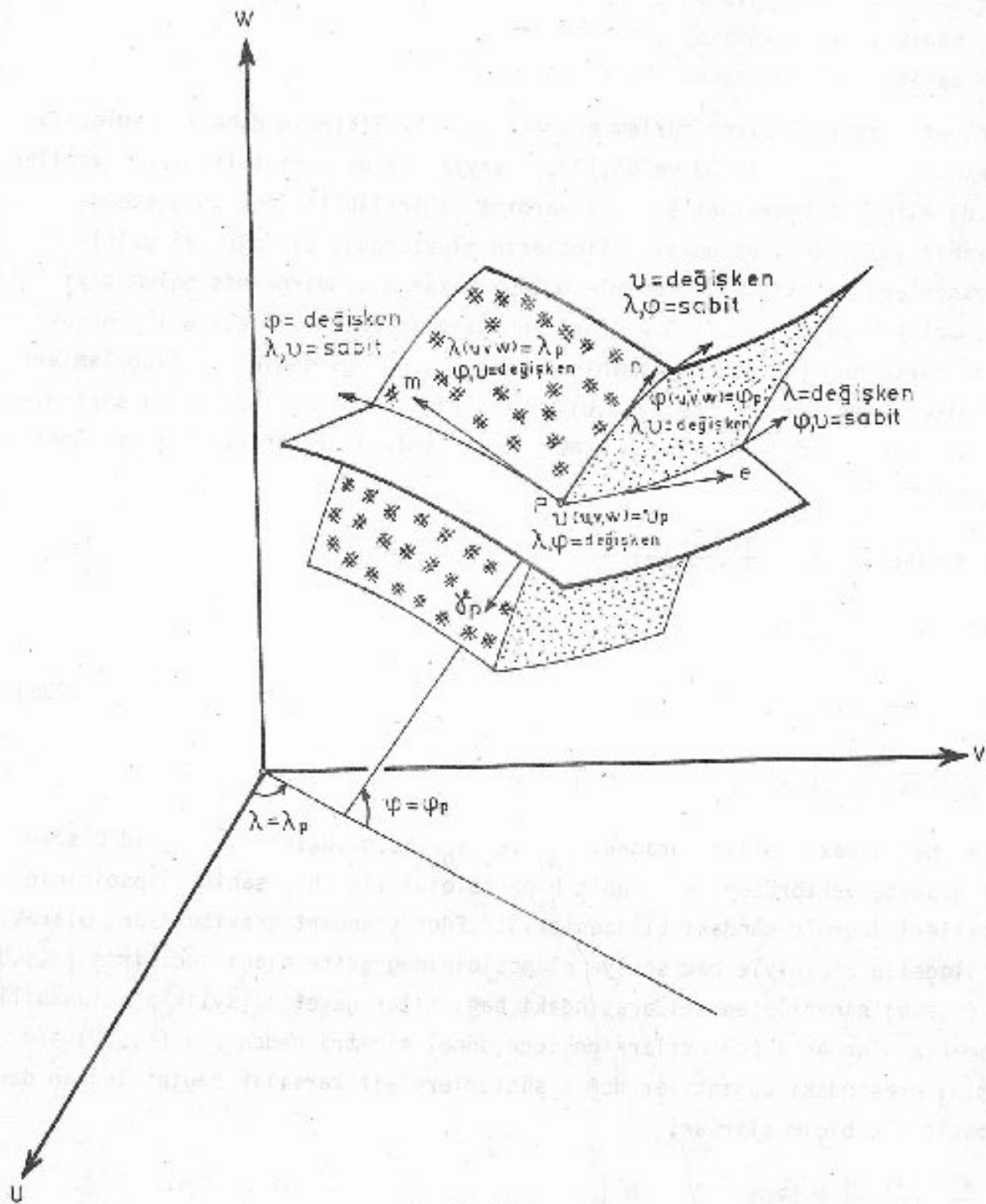
ya da $\tan \lambda \phi = \gamma_B / \gamma_B$ ile

$$\tan \phi = \frac{\tan \theta}{1 - \sigma} \quad (3.22a)$$

$$\sigma = \frac{\gamma_B \sec \theta}{\gamma_B \sin \theta + \gamma_B \cos \theta} \quad (3.23)$$

olarak hemen yazılabilir. Buradaki γ_B ve γ_B büyüklükleri $\vec{\gamma} = \text{grad } U$ standart gravite vektörünün $\sigma = \text{sabit}$ hiperboloidi ile $b = \text{sabit}$ elipsoidinin normalleri doğrultusundaki bileşenleridir. Eğer standart gravite alanı olarak, alışlagelen biçimiyle bir seviye elipsoidinin gravite alanı seçilirse (λ, ϕ, U) ile (λ, θ, b) 'nin bileşenleri arasındaki bağıntılar gayet kolaylıkla bulunabilir. Aranmakta olan asıl bağıntılara gelince, dönel simetri nedeniyle (λ, ϕ, U) ile (e, m, n) arasındaki bağıntılar doğal sistemlere ait karşılık bağıntılardan daha basit bir biçim alırlar;

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial \lambda}{\partial e} & \frac{\partial \lambda}{\partial m} & \frac{\partial \lambda}{\partial n} \\ \frac{\partial \phi}{\partial e} & \frac{\partial \phi}{\partial m} & \frac{\partial \phi}{\partial n} \\ \frac{\partial U}{\partial e} & \frac{\partial U}{\partial m} & \frac{\partial U}{\partial n} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -k_1 \sec \phi & 0 & 0 \\ 0 & -k_2 & k_2 \\ 0 & 0 & -\gamma \end{vmatrix} = R^T \quad (3.24)$$



Şekil 3.3

Referans Koordinatlar Arasındaki Geometrik İlişkiler

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial e}{\partial \lambda} & \frac{\partial e}{\partial \phi} & \frac{\partial e}{\partial U} \\ \frac{\partial m}{\partial \lambda} & \frac{\partial m}{\partial \phi} & \frac{\partial m}{\partial U} \\ \frac{\partial n}{\partial \lambda} & \frac{\partial n}{\partial \phi} & \frac{\partial n}{\partial U} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -\frac{\cos \phi}{k_1} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{k_2} & -\frac{\partial(1/\gamma)}{\partial \phi} \\ 0 & 0 & \frac{1}{\gamma} \end{vmatrix} = S - (R^T)^{-1} \quad (3.25)$$

$$-k_1 = \frac{1}{\gamma} \frac{\partial^2 U}{\partial e^2} \quad ; \quad -k_2 = \frac{1}{\gamma} \frac{\partial^2 U}{\partial m^2} \quad ; \quad k_2 = \frac{1}{\gamma} \frac{\partial^2 U}{\partial e \partial m} \quad ;$$

$$t_1 = c_1 = 0 \text{ (dönel simetri nedeniyle)}; -\gamma = \frac{\partial U}{\partial n} \quad ; \quad (3.26)$$

$$K = k_1 k_2 \text{ (Gauss Eğriliği)} \quad ; \quad \det R^T = -\gamma k \sec \phi \neq 0 \quad .$$

Eğer U bir seviye elipsoidinin gravite potansiyeli olarak alınırsa, referans elipsoidi de denilen bu elipsoidin yüzünde

$$\begin{aligned} \gamma_0 &= 0 \quad , \quad \phi = \phi_0 \\ -k_1 &= \frac{1}{M_0} = \frac{(1-e_0^2 \sin^2 \phi_0)^{\frac{1}{2}}}{a_0} \quad , \\ -k_2 &= \frac{1}{M_0} = \frac{(1-e_0^2 \sin^2 \phi_0)^{\frac{3}{2}}}{a_0(1-e_0^2)} \quad (3.27) \\ K &= \frac{1}{M_0^2} = \frac{(1-e_0^2 \sin^2 \phi_0)^2}{a_0^2(1-e_0^2)} \quad (\text{Dönel elipsoid yüzünde Gauss eğriliği}) \end{aligned}$$

olarak belirlidir, [3], [14], [49], [51], [57], vb. Bu bağıntılardaki a_0 ve e_0 referans elipsoidin büyük yarıçapıyla birinci dışmerkezliğidir.

(λ, ϕ, U) sisteminin kendine özgü özellikleri kısaca şöyle özetlenebilir;

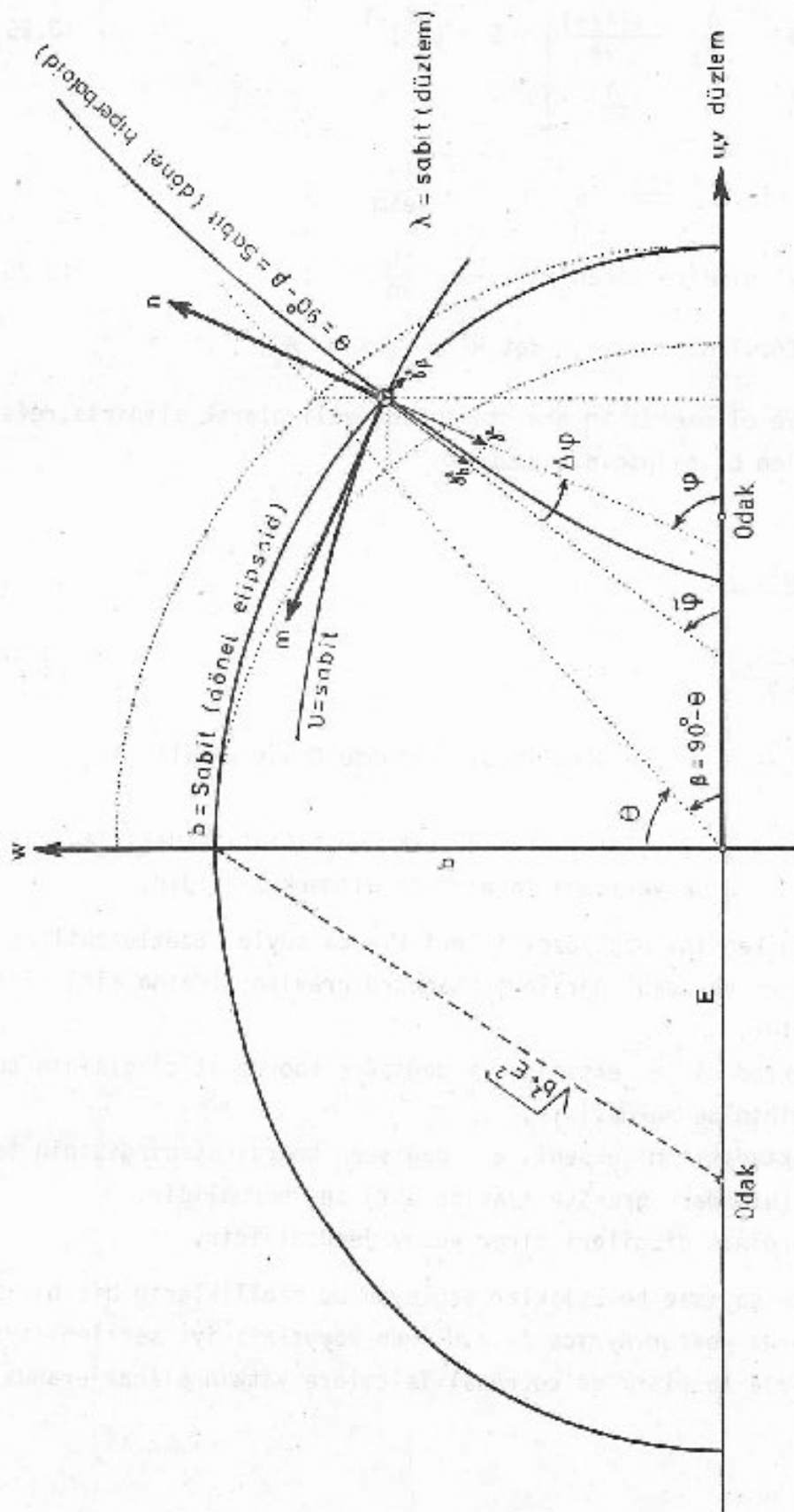
.Koordinat çizgileri ve çekül eğrileri (standard gravite alanına ait) birer düzlem eğrisidirler,

.Her hangi bir noktadaki e eksenini, λ - değişken koordinat çizgisinin teğeti, λ - sabit düzleminin de normalidir,

.Her hangi bir noktadaki m eksenini, ϕ = değişken koordinat çizgisinin teğeti, çekül eğrisinin (standard gravite alanına ait) ana normalidir,

. ϕ - değişken koordinat çizgileri birer yüzey geodeziğidir.

Hesaplama işlerinde sayısız kolaylıklar sağlayan bu özelliklerin hiç birisi doğal koordinatlarda yoktur. Ayrıca (λ, ϕ, U) 'nin boyutları iyi seçilebilirse, doğal koordinatlarla farkları da doğrusal işlemlere yatkın olacak oranda küçük olur.



Şekil 3.4
Referans Sistemlerden (λ, ϕ, U) ile Elipsoid Sistem (λ, θ, b) Arasındaki Geometrik İlişki

Çeşitli nedenlerle (λ, ϕ, H) sistemiyle çalışmak gerekebilir, bu durumda yine bir tenel yüzey alınır. Uzaydaki bir nokta bu yüzeye standart gravite alanının çekül eğrisi boyunca izdüşürülür. izdüşüm noktasının λ boyları ve ϕ enlemi ilk iki koordinatı oluşturur. Normal yükseklik H , izdüşüm noktasından başlayarak çekül eğrisinin (standard gravite alanına ait) ilgili noktaya kadar uzunluğudur. Uygulanalarda tenel yüzey olarak referans elipsoid alınır.

Bir başka olanak da (λ, ϕ, h) sistemini almaktır. Bu sistende uzaydaki nokta referans elipsoide Helmert yöntemiyle izdüşürülür. Fiziksel kavramların girmediği problemlerde genellikle bu sistem kullanılır.

Bir noktanın yukarıda anılan her üç sistendeki λ boyları birbirine eşdeğerdir. Buna karşılık ϕ enlemleri de birbirinden farklıdır, Şekil 3.5 ..

iv- $(\alpha, \beta, \epsilon)$ ile (u, v, w) Arasındaki Bağlantı:

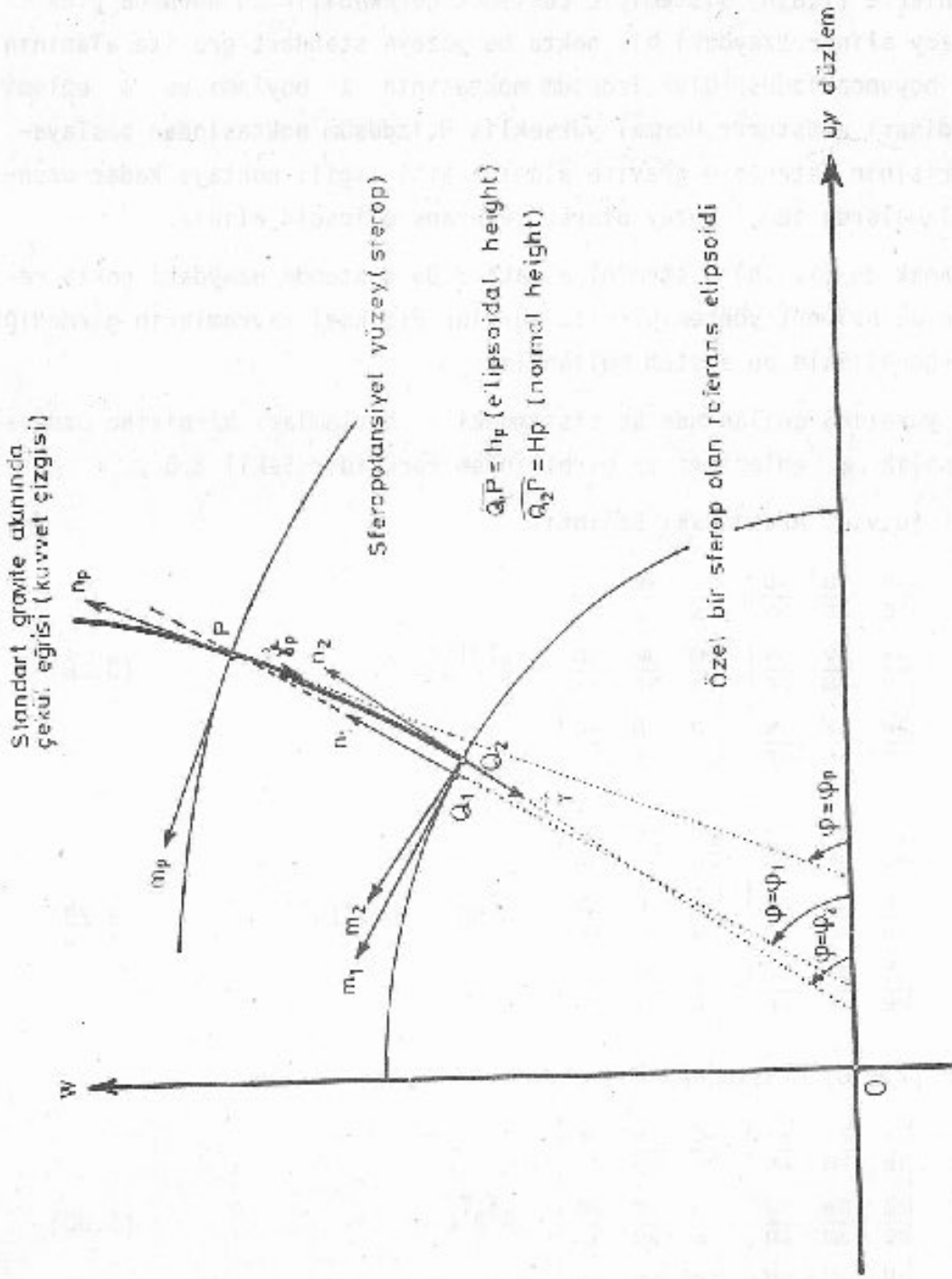
$$\begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial \alpha} & \frac{\partial u}{\partial \beta} & \frac{\partial u}{\partial \epsilon} \\ \frac{\partial v}{\partial \alpha} & \frac{\partial v}{\partial \beta} & \frac{\partial v}{\partial \epsilon} \\ \frac{\partial w}{\partial \alpha} & \frac{\partial w}{\partial \beta} & \frac{\partial w}{\partial \epsilon} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial e} & \frac{\partial u}{\partial m} & \frac{\partial u}{\partial n} \\ \frac{\partial v}{\partial e} & \frac{\partial v}{\partial m} & \frac{\partial v}{\partial n} \\ \frac{\partial w}{\partial e} & \frac{\partial w}{\partial m} & \frac{\partial w}{\partial n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial e}{\partial \alpha} & \frac{\partial e}{\partial \beta} & \frac{\partial e}{\partial \epsilon} \\ \frac{\partial m}{\partial \alpha} & \frac{\partial m}{\partial \beta} & \frac{\partial m}{\partial \epsilon} \\ \frac{\partial n}{\partial \alpha} & \frac{\partial n}{\partial \beta} & \frac{\partial n}{\partial \epsilon} \end{bmatrix} = Q^T A^T L \quad (3.28)$$

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial \alpha}{\partial u} & \frac{\partial \alpha}{\partial v} & \frac{\partial \alpha}{\partial w} \\ \frac{\partial \beta}{\partial u} & \frac{\partial \beta}{\partial v} & \frac{\partial \beta}{\partial w} \\ \frac{\partial \epsilon}{\partial u} & \frac{\partial \epsilon}{\partial v} & \frac{\partial \epsilon}{\partial w} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \alpha}{\partial e} & \frac{\partial \alpha}{\partial m} & \frac{\partial \alpha}{\partial n} \\ \frac{\partial \beta}{\partial e} & \frac{\partial \beta}{\partial m} & \frac{\partial \beta}{\partial n} \\ \frac{\partial \epsilon}{\partial e} & \frac{\partial \epsilon}{\partial m} & \frac{\partial \epsilon}{\partial n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial e}{\partial u} & \frac{\partial e}{\partial v} & \frac{\partial e}{\partial w} \\ \frac{\partial m}{\partial u} & \frac{\partial m}{\partial v} & \frac{\partial m}{\partial w} \\ \frac{\partial n}{\partial u} & \frac{\partial n}{\partial v} & \frac{\partial n}{\partial w} \end{bmatrix} = A^T Q = (Q^T A^T L)^{-1} \quad (3.29)$$

v - $(\alpha, \beta, \epsilon)$ ile (λ, ϕ, U) Arasındaki Bağlantı:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial \lambda}{\partial \alpha} & \frac{\partial \lambda}{\partial \beta} & \frac{\partial \lambda}{\partial \epsilon} \\ \frac{\partial \phi}{\partial \alpha} & \frac{\partial \phi}{\partial \beta} & \frac{\partial \phi}{\partial \epsilon} \\ \frac{\partial U}{\partial \alpha} & \frac{\partial U}{\partial \beta} & \frac{\partial U}{\partial \epsilon} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \lambda}{\partial e} & \frac{\partial \lambda}{\partial m} & \frac{\partial \lambda}{\partial n} \\ \frac{\partial \phi}{\partial e} & \frac{\partial \phi}{\partial m} & \frac{\partial \phi}{\partial n} \\ \frac{\partial U}{\partial e} & \frac{\partial U}{\partial m} & \frac{\partial U}{\partial n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial e}{\partial \alpha} & \frac{\partial e}{\partial \beta} & \frac{\partial e}{\partial \epsilon} \\ \frac{\partial m}{\partial \alpha} & \frac{\partial m}{\partial \beta} & \frac{\partial m}{\partial \epsilon} \\ \frac{\partial n}{\partial \alpha} & \frac{\partial n}{\partial \beta} & \frac{\partial n}{\partial \epsilon} \end{bmatrix} = R^T A^T L \quad (3.30)$$

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial \alpha}{\partial \lambda} & \frac{\partial \alpha}{\partial \phi} & \frac{\partial \alpha}{\partial U} \\ \frac{\partial \beta}{\partial \lambda} & \frac{\partial \beta}{\partial \phi} & \frac{\partial \beta}{\partial U} \\ \frac{\partial \epsilon}{\partial \lambda} & \frac{\partial \epsilon}{\partial \phi} & \frac{\partial \epsilon}{\partial U} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \alpha}{\partial e} & \frac{\partial \alpha}{\partial m} & \frac{\partial \alpha}{\partial n} \\ \frac{\partial \beta}{\partial e} & \frac{\partial \beta}{\partial m} & \frac{\partial \beta}{\partial n} \\ \frac{\partial \epsilon}{\partial e} & \frac{\partial \epsilon}{\partial m} & \frac{\partial \epsilon}{\partial n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial e}{\partial \lambda} & \frac{\partial e}{\partial \phi} & \frac{\partial e}{\partial U} \\ \frac{\partial m}{\partial \lambda} & \frac{\partial m}{\partial \phi} & \frac{\partial m}{\partial U} \\ \frac{\partial n}{\partial \lambda} & \frac{\partial n}{\partial \phi} & \frac{\partial n}{\partial U} \end{bmatrix} = A^T R = (R^T A^T L)^{-1} \quad (3.31)$$



Şekil 3.5

Referans Sistemlerden $(\lambda, \phi, U), (\lambda, \phi, H), (\lambda, \phi, h)$ Arasındaki Geometrik İlişkiler

vi- (λ, ϕ, U) ile (u, v, w) Arasındaki Bağıntı:

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial \lambda}{\partial u} & \frac{\partial \lambda}{\partial v} & \frac{\partial \lambda}{\partial w} \\ \frac{\partial \phi}{\partial u} & \frac{\partial \phi}{\partial v} & \frac{\partial \phi}{\partial w} \\ \frac{\partial U}{\partial u} & \frac{\partial U}{\partial v} & \frac{\partial U}{\partial w} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \frac{\partial \lambda}{\partial e} & \frac{\partial \lambda}{\partial m} & \frac{\partial \lambda}{\partial n} \\ \frac{\partial \phi}{\partial e} & \frac{\partial \phi}{\partial m} & \frac{\partial \phi}{\partial n} \\ \frac{\partial U}{\partial e} & \frac{\partial U}{\partial m} & \frac{\partial U}{\partial n} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \frac{\partial e}{\partial u} & \frac{\partial e}{\partial v} & \frac{\partial e}{\partial w} \\ \frac{\partial m}{\partial u} & \frac{\partial m}{\partial v} & \frac{\partial m}{\partial w} \\ \frac{\partial n}{\partial u} & \frac{\partial n}{\partial v} & \frac{\partial n}{\partial w} \end{vmatrix} = R^T Q \quad (3.32)$$

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial u}{\partial \lambda} & \frac{\partial u}{\partial \phi} & \frac{\partial u}{\partial U} \\ \frac{\partial v}{\partial \lambda} & \frac{\partial v}{\partial \phi} & \frac{\partial v}{\partial U} \\ \frac{\partial w}{\partial \lambda} & \frac{\partial w}{\partial \phi} & \frac{\partial w}{\partial U} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \frac{\partial u}{\partial e} & \frac{\partial u}{\partial m} & \frac{\partial u}{\partial n} \\ \frac{\partial v}{\partial e} & \frac{\partial v}{\partial m} & \frac{\partial v}{\partial n} \\ \frac{\partial w}{\partial e} & \frac{\partial w}{\partial m} & \frac{\partial w}{\partial n} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \frac{\partial e}{\partial \lambda} & \frac{\partial e}{\partial \phi} & \frac{\partial e}{\partial U} \\ \frac{\partial m}{\partial \lambda} & \frac{\partial m}{\partial \phi} & \frac{\partial m}{\partial U} \\ \frac{\partial n}{\partial \lambda} & \frac{\partial n}{\partial \phi} & \frac{\partial n}{\partial U} \end{vmatrix} = Q^T S - (R^T Q)^{-1} \quad (3.33)$$

Referans sistemlerdeki yay elemanları da şöyledir:

. (u, v, w) sisteminde

$$ds^2 = du^2 + dv^2 + dw^2 \quad (3.34)$$

. (λ, ϕ, U) sisteminde

$$ds^2 = \frac{1}{k_1^2} \cos^2 \phi d\lambda^2 + \frac{1}{k_2^2} d\phi^2 + 2 \frac{1}{k_2} \frac{\partial(1/\gamma)}{\partial \phi} d\phi dU + \left[\frac{1}{\gamma^2} + \left(\frac{\partial(1/\gamma)}{\partial \phi} \right)^2 \right] dU^2 \quad (3.35)$$

(Bu ifadede $1/k_1 = -v$, $1/k_2 = -\rho$, $\frac{\partial(1/\gamma)}{\partial \phi} = \frac{1}{\gamma} \frac{\partial \log(1/\gamma)}{\partial \phi} = \frac{1}{\gamma} \frac{\partial \log \gamma}{\partial \phi} = \frac{f}{\gamma}$

konursa [39]'un (8) eşitliği bulunur.)

. (e, m, n) sisteminde

$$ds^2 = de^2 + dm^2 + dn^2 \quad (3.36)$$

. (α, β, ξ) sisteminde

$$ds^2 = \xi^2 \sin^2 \beta d\alpha^2 + \xi^2 d\beta^2 + d\xi^2 \quad (3.37)$$

(3.35) eşitliği $U = \text{değişken}$ ile $\phi = \text{değişken}$ koordinat çizgilerinin birbirini dik açıyla kesmediğini sergilemektedir. Bunun dışında tüm referans sistemlerdeki koordinat çizgilerinin birbirlerini dik açıyla kestiği görülmektedir.

3.3- Doğal ve Referans Koordinatları Arasındaki Bağlantılar

Daha öncede değinildiği gibi ölçme ve gözlemler doğal sistemlerde, hesaplamalar referans sistemlerde yapılmaktadır. Bu çelişkinin ortadan kaldırılması ancak bu sistemler arasındaki bağlantıların ya hata denklemleri (koşul da olabilir) ya da indirgeme amacıyla kullanılacak denklemler biçiminde elde edilmesiyle olasıdır. Her iki durumda da sistemlerin kendi iç ilişkilerinin korunması zorunludur. Bu nedenle burada doğrusal dönüşümün en genel biçimiyle uğrılacaktır. Soruna böylesine bir yaklaşım için birisi birim olan iki matris kullanılarak matris özdeşliğinden yararlanılacaktır. Böylece farkların ya da indirgeme miktarlarının referans sistemlerdeki gradienleri tanımlanmış olacaktır.

i - (X,Y,Z) ile (u,v,w) Arasındaki Bağntı: İstenen bağlantı

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial X}{\partial u} & \frac{\partial X}{\partial v} & \frac{\partial X}{\partial w} \\ \frac{\partial Y}{\partial u} & \frac{\partial Y}{\partial v} & \frac{\partial Y}{\partial w} \\ \frac{\partial Z}{\partial u} & \frac{\partial Z}{\partial v} & \frac{\partial Z}{\partial w} \end{bmatrix} = I + \Omega \quad (3.38)$$

biçimindeki matris özdeşliğinden yararlanıp

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial(\delta X)}{\partial u} & \frac{\partial(\delta X)}{\partial v} & \frac{\partial(\delta X)}{\partial w} \\ \frac{\partial(\delta Y)}{\partial u} & \frac{\partial(\delta Y)}{\partial v} & \frac{\partial(\delta Y)}{\partial w} \\ \frac{\partial(\delta Z)}{\partial u} & \frac{\partial(\delta Z)}{\partial v} & \frac{\partial(\delta Z)}{\partial w} \end{bmatrix} = \Omega \quad (3.39)$$

olarak hemen yazılabilir. Burada I birim matris olup

$$\delta X = X - u \quad ; \quad \delta Y = Y - v \quad ; \quad \delta Z = Z - w$$

olarak belirlidir. (X,Y,Z) ve (u,v,w) dik koordinatlar olduğundan, bunların özelliklerini korumak için (3.38) eşitliğinin bir benzerlik dönüşümü olarak düşünülmesi zorunludur. Bu bakımdan matrisin elemanları uzayın her yeri için sabit olmalı ve en çok dört bağımsız parametrenin fonksiyonları olarak tanımlanabilmelidirler. Bazı nedenlerle geometrik anları olan parametreler seçilmek istenirse, bunlar biri ölçek diğer üçü de eksenler etrafında önceden sırası belli ardarda dönmeler olarak yeğlenir. Eğer ölçek faktörü (1+ Ω) matrisinden ayıklanırsa geriye ortogonal bir matris kalır. Uygulamadaki ideal durumda Ω sıfır matristir. Ancak bazı durumlarda Ω yalnız ölçek faktörünü temsil etmek üzere bir skalar diyagonal matris de olabilir. Her iki durumda da

dönüklük parametrelerinden de söz edilebilir, ancak bunlar rastlantısal astro-
nomik gözleme hatalarıyla sınırlandırılmalıdır. Bu matrisin tüm uzayda sabit
olmaması halinde (X,Y,Z) ve (u,v,w) sistemlerinin her ikisinin ya da yalnız
birisinin iç özelliklerinin bozulmuş olduğunu söylemek gerekir. Dolayısıyla,
anılan sistemlerin iç özellikleri korunmak istenirse, uygulanabilecek en ge-
nel doğrusal dönüşüm benzerlik dönüşümüdür.

ii- $(\tilde{e}, \tilde{m}, \tilde{n})$ ile (e, m, n) Arasındaki Bağlantı: Aynı yoldan

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial \tilde{e}}{\partial e} & \frac{\partial \tilde{e}}{\partial m} & \frac{\partial \tilde{e}}{\partial n} \\ \frac{\partial \tilde{m}}{\partial e} & \frac{\partial \tilde{m}}{\partial m} & \frac{\partial \tilde{m}}{\partial n} \\ \frac{\partial \tilde{n}}{\partial e} & \frac{\partial \tilde{n}}{\partial m} & \frac{\partial \tilde{n}}{\partial n} \end{bmatrix} = I + E \quad (3.40)$$

ve

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial (\tilde{s}_e)}{\partial e} & \frac{\partial (\tilde{s}_e)}{\partial m} & \frac{\partial (\tilde{s}_e)}{\partial n} \\ \frac{\partial (\tilde{s}_m)}{\partial e} & \frac{\partial (\tilde{s}_m)}{\partial m} & \frac{\partial (\tilde{s}_m)}{\partial n} \\ \frac{\partial (\tilde{s}_n)}{\partial e} & \frac{\partial (\tilde{s}_n)}{\partial m} & \frac{\partial (\tilde{s}_n)}{\partial n} \end{bmatrix} = I \quad (3.41)$$

olarak yazılır. Burada da I birim matristir ve

$$\tilde{s}_e - s_e = e \quad ; \quad \tilde{s}_m - s_m = m \quad ; \quad \tilde{s}_n - s_n = n$$

olarak belirlidir. Her bir $(\tilde{e}, \tilde{m}, \tilde{n})$ ve (e, m, n) yerel dik koordinat sistemi çifti
için ayrı bir E matrisi olmalıdır. Her bir E matrisinin elemanlarına ait
benzerlik dönüşümüyle ilişkili sınırlamalar s matrisinininkilerle aynıdır.

Yerel kutupsal koordinatlar $(\tilde{\alpha}, \tilde{\delta}, \tilde{z})$ ile (α, δ, z) arasındaki bağlantı ise

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial \tilde{\alpha}}{\partial \alpha} & \frac{\partial \tilde{\alpha}}{\partial \delta} & \frac{\partial \tilde{\alpha}}{\partial z} \\ \frac{\partial \tilde{\delta}}{\partial \alpha} & \frac{\partial \tilde{\delta}}{\partial \delta} & \frac{\partial \tilde{\delta}}{\partial z} \\ \frac{\partial \tilde{z}}{\partial \alpha} & \frac{\partial \tilde{z}}{\partial \delta} & \frac{\partial \tilde{z}}{\partial z} \end{bmatrix} = I + I' \quad (3.40a)$$

ve $\tilde{s}_\alpha = \alpha - \alpha$, $\tilde{s}_\delta = \delta - \delta$, $\tilde{s}_z = z - z$ olmak üzere

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial (\tilde{s}_\alpha)}{\partial \alpha} & \frac{\partial (\tilde{s}_\alpha)}{\partial \delta} & \frac{\partial (\tilde{s}_\alpha)}{\partial z} \\ \frac{\partial (\tilde{s}_\delta)}{\partial \alpha} & \frac{\partial (\tilde{s}_\delta)}{\partial \delta} & \frac{\partial (\tilde{s}_\delta)}{\partial z} \\ \frac{\partial (\tilde{s}_z)}{\partial \alpha} & \frac{\partial (\tilde{s}_z)}{\partial \delta} & \frac{\partial (\tilde{s}_z)}{\partial z} \end{bmatrix} = I' \quad (3.41a)$$

olarak yazılır. Her $(\tilde{\alpha}, \tilde{\beta}, \tilde{\gamma})$ ve (α, β, γ) çifti için yine ayrı bir Π matrisi olmalıdır. Eğer benzerlik dönüşümü söz konusu ise burada da en çok dört bağımsız parametreden söz edilebilir. Sistemlerin başlangıç noktaları aynı ise bu Π matrisinin beş elemanının sıfır olduğu görülür. Bunlar,

$$\frac{\partial(\delta\tilde{\alpha})}{\partial\alpha} = \frac{\partial(\delta\tilde{\beta})}{\partial\beta} = \frac{\partial(\delta\tilde{\gamma})}{\partial\gamma} = \frac{\partial(\delta\tilde{\alpha})}{\partial\alpha} = \frac{\partial(\delta\tilde{\beta})}{\partial\beta} = 0$$

olarak saptanır.

iii- (Λ, Φ, W) ile (λ, ϕ, U) Arasındaki Bağlantı; Yukarıdakine benzer biçimde

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial\Lambda}{\partial\lambda} & \frac{\partial\Lambda}{\partial\phi} & \frac{\partial\Lambda}{\partial U} \\ \frac{\partial\Phi}{\partial\lambda} & \frac{\partial\Phi}{\partial\phi} & \frac{\partial\Phi}{\partial U} \\ \frac{\partial W}{\partial\lambda} & \frac{\partial W}{\partial\phi} & \frac{\partial W}{\partial U} \end{vmatrix} = I + D \quad (3.42)$$

ve $\delta\Lambda = \Lambda - \lambda$, $\delta\Phi = \Phi - \phi$, $\delta W = W - U$ olmak üzere

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial(\delta\Lambda)}{\partial\lambda} & \frac{\partial(\delta\Lambda)}{\partial\phi} & \frac{\partial(\delta\Lambda)}{\partial U} \\ \frac{\partial(\delta\Phi)}{\partial\lambda} & \frac{\partial(\delta\Phi)}{\partial\phi} & \frac{\partial(\delta\Phi)}{\partial U} \\ \frac{\partial(\delta W)}{\partial\lambda} & \frac{\partial(\delta W)}{\partial\phi} & \frac{\partial(\delta W)}{\partial U} \end{vmatrix} = D \quad (3.43)$$

yazılır. Uygulamada $\delta\Lambda$ ve $\delta\Phi$ için genellikle çekül sapması bileşenleri ($n\sec\phi$, ϵ) adları kullanılır. Ancak, Ω sıfır ya da skalar diyagonal matris ise bu doğrudur. Burada en genel durum düşünüldüğünden bu adlar kullanılmamıştır. Aynı şekilde δW için bozucu potansiyel (r) deyimini kullanılmaktan kaçınılmıştır. Çünkü böylesine bir adlandırma ancak (X, Y, Z) ile (u, v, w) özdeş iseler olasıdır.

(Λ, Φ, W) ve (λ, ϕ, U) sistemlerinde yay elemanlarının karakterleri gereği D matrisinin elemanları konumun birer fonksiyonudur ve bunun sonucu Ω matrisinin kiler gibi uzayın her yerinde sabit oldukları söylenemez.

Ω matrisinin elemanları ve bir önceki paragrafta verilen bağıntılar bir D , ya da E , ya da Π matrisinin elemanları için somut kısıtlamalar getirirler. Doğal olarak bunun tersi de söz konusudur. Bu nedenle doğal ve referans sistemlerin kendi karşılıklı iç düzenlemelerini koruyabilmek için, Ω ile bir D , ya da E matrisi, ayrıca bir D ile bir E , bir E ile bir Π matrisi arasındaki bağıntıların da ortaya konması zorunludur. Bu da yine zincir kuralı yardımıyla kolayca başarılabılır. Aşağıdaki bağıntılarda tüm matrisler aynı noktaya aittir.

iv- α ile D Matrisleri Arasındaki Bağntı:(3.38) özdeşliğinde verilen matris

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial X}{\partial u} & \frac{\partial X}{\partial v} & \frac{\partial X}{\partial w} \\ \frac{\partial Y}{\partial u} & \frac{\partial Y}{\partial v} & \frac{\partial Y}{\partial w} \\ \frac{\partial Z}{\partial u} & \frac{\partial Z}{\partial v} & \frac{\partial Z}{\partial w} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \frac{\partial X}{\partial \lambda} & \frac{\partial X}{\partial \phi} & \frac{\partial X}{\partial \psi} \\ \frac{\partial Y}{\partial \lambda} & \frac{\partial Y}{\partial \phi} & \frac{\partial Y}{\partial \psi} \\ \frac{\partial Z}{\partial \lambda} & \frac{\partial Z}{\partial \phi} & \frac{\partial Z}{\partial \psi} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \frac{\partial \lambda}{\partial u} & \frac{\partial \lambda}{\partial v} & \frac{\partial \lambda}{\partial w} \\ \frac{\partial \phi}{\partial u} & \frac{\partial \phi}{\partial v} & \frac{\partial \phi}{\partial w} \\ \frac{\partial \psi}{\partial u} & \frac{\partial \psi}{\partial v} & \frac{\partial \psi}{\partial w} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \frac{\partial \lambda}{\partial u} & \frac{\partial \lambda}{\partial v} & \frac{\partial \lambda}{\partial w} \\ \frac{\partial \phi}{\partial u} & \frac{\partial \phi}{\partial v} & \frac{\partial \phi}{\partial w} \\ \frac{\partial \psi}{\partial u} & \frac{\partial \psi}{\partial v} & \frac{\partial \psi}{\partial w} \end{vmatrix} \quad (3.44)$$

olarak da yazılabilir. Buradaki dört matrisin (3.38), (3.42), (3.32) ve (3.13)'-den özdeşleri yerlerine konursa

$$\alpha = \tilde{Q}^T \tilde{S} (I + D) R^T Q - I \quad , \quad (3.45)$$

ya da

$$D = \tilde{R}^T \tilde{Q} (I + \alpha) Q^T S - I \quad (3.46)$$

bulunur.

v - α ile E Matrisleri Arasındaki Bağntı:Aynı yoldan

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial X}{\partial u} & \frac{\partial X}{\partial v} & \frac{\partial X}{\partial w} \\ \frac{\partial Y}{\partial u} & \frac{\partial Y}{\partial v} & \frac{\partial Y}{\partial w} \\ \frac{\partial Z}{\partial u} & \frac{\partial Z}{\partial v} & \frac{\partial Z}{\partial w} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \frac{\partial X}{\partial c} & \frac{\partial X}{\partial m} & \frac{\partial X}{\partial n} \\ \frac{\partial Y}{\partial c} & \frac{\partial Y}{\partial m} & \frac{\partial Y}{\partial n} \\ \frac{\partial Z}{\partial c} & \frac{\partial Z}{\partial m} & \frac{\partial Z}{\partial n} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \frac{\partial c}{\partial u} & \frac{\partial c}{\partial v} & \frac{\partial c}{\partial w} \\ \frac{\partial m}{\partial u} & \frac{\partial m}{\partial v} & \frac{\partial m}{\partial w} \\ \frac{\partial n}{\partial u} & \frac{\partial n}{\partial v} & \frac{\partial n}{\partial w} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \frac{\partial c}{\partial u} & \frac{\partial c}{\partial v} & \frac{\partial c}{\partial w} \\ \frac{\partial m}{\partial u} & \frac{\partial m}{\partial v} & \frac{\partial m}{\partial w} \\ \frac{\partial n}{\partial u} & \frac{\partial n}{\partial v} & \frac{\partial n}{\partial w} \end{vmatrix} \quad (3.47)$$

yazılabilir ve (3.38), (3.1), (3.40), (3.19) ile

$$\alpha = \tilde{Q}^T (I + E) Q - I \quad (3.48)$$

ya da

$$E = \tilde{Q} (I + \alpha) Q^T - I \quad (3.49)$$

elde edilir.

vi- Bir D ile Bir E Matrisi Arasındaki Bağntı:(3.42) özdeşliğinde verilen matris bu kez

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial \lambda}{\partial \lambda} & \frac{\partial \lambda}{\partial \phi} & \frac{\partial \lambda}{\partial \psi} \\ \frac{\partial \phi}{\partial \lambda} & \frac{\partial \phi}{\partial \phi} & \frac{\partial \phi}{\partial \psi} \\ \frac{\partial \psi}{\partial \lambda} & \frac{\partial \psi}{\partial \phi} & \frac{\partial \psi}{\partial \psi} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \frac{\partial \lambda}{\partial c} & \frac{\partial \lambda}{\partial m} & \frac{\partial \lambda}{\partial n} \\ \frac{\partial \phi}{\partial c} & \frac{\partial \phi}{\partial m} & \frac{\partial \phi}{\partial n} \\ \frac{\partial \psi}{\partial c} & \frac{\partial \psi}{\partial m} & \frac{\partial \psi}{\partial n} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \frac{\partial c}{\partial \lambda} & \frac{\partial c}{\partial \phi} & \frac{\partial c}{\partial \psi} \\ \frac{\partial m}{\partial \lambda} & \frac{\partial m}{\partial \phi} & \frac{\partial m}{\partial \psi} \\ \frac{\partial n}{\partial \lambda} & \frac{\partial n}{\partial \phi} & \frac{\partial n}{\partial \psi} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \frac{\partial c}{\partial \lambda} & \frac{\partial c}{\partial \phi} & \frac{\partial c}{\partial \psi} \\ \frac{\partial m}{\partial \lambda} & \frac{\partial m}{\partial \phi} & \frac{\partial m}{\partial \psi} \\ \frac{\partial n}{\partial \lambda} & \frac{\partial n}{\partial \phi} & \frac{\partial n}{\partial \psi} \end{vmatrix} \quad (3.50)$$

biçimde yazılıp bu dört matrisin (3.42), (3.5), (3.40) ve (3.25)'den özdeşleri yerlerine konursa

$$D = \tilde{R}^T(I + E)S - I \quad (3.51)$$

ya da

$$E = \tilde{S}(I + D)R^T - I \quad (3.52)$$

bulunur.

vii- π ile E Matrisleri Arasındaki Bağntı: Aynı yoldan (3.40) özdeşliğinde verilen matris bu kez

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial e}{\partial \alpha} & \frac{\partial e}{\partial \beta} & \frac{\partial e}{\partial \gamma} \\ \frac{\partial m}{\partial \alpha} & \frac{\partial m}{\partial \beta} & \frac{\partial m}{\partial \gamma} \\ \frac{\partial n}{\partial \alpha} & \frac{\partial n}{\partial \beta} & \frac{\partial n}{\partial \gamma} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \frac{\partial e}{\partial \alpha} & \frac{\partial e}{\partial \beta} & \frac{\partial e}{\partial \gamma} \\ \frac{\partial m}{\partial \alpha} & \frac{\partial m}{\partial \beta} & \frac{\partial m}{\partial \gamma} \\ \frac{\partial n}{\partial \alpha} & \frac{\partial n}{\partial \beta} & \frac{\partial n}{\partial \gamma} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \frac{\partial \alpha}{\partial e} & \frac{\partial \alpha}{\partial m} & \frac{\partial \alpha}{\partial n} \\ \frac{\partial \beta}{\partial e} & \frac{\partial \beta}{\partial m} & \frac{\partial \beta}{\partial n} \\ \frac{\partial \gamma}{\partial e} & \frac{\partial \gamma}{\partial m} & \frac{\partial \gamma}{\partial n} \end{vmatrix} \quad (3.53)$$

olarak yazılıp (3.40), (3.3), (3.40a) ve (3.21)'den yararlanarak

$$E = \tilde{A}^T L(I + \pi)M^T A - I \quad (3.54)$$

ya da

$$\pi = \tilde{M}^T \tilde{A}(I + E)A^T L - I \quad (3.55)$$

bulunur.

Yukarıdaki eşitliklerden ana bağıntı (3.45) ya da (3.46) olup diğerleri bunlardan kolaylıkla türetilebilir. Bu eşitlikler geometrik ya da fiziksel anlamda yeni kavramlar getirmez. Ancak, jeodezinin başlıca eşitliklerini üç boyutta karşılıklı ilişkilerini de dikkate alarak, bir bütün halinde sunar. Örneğin, (3.46) eşitliğinin sağ tarafı iki ve yukarı dereceden terimler atılarak Taylor açınımlıyla doğrusallaştırılırsa,

$$D = \delta R^T S + R^T \delta Q Q^T S + R^T Q \delta Q^T S \quad (3.56)$$

bulunur. Burada

$$\delta R^T = \tilde{R}^T - R^T = \begin{vmatrix} (k_1 \sec \phi - \tilde{k}_1 \sec \phi) & -\tilde{k}_1 \sec \phi & \tilde{k}_1 \sec \phi \\ -\tilde{k}_1 & (k_2 - \tilde{k}_2) & (\tilde{k}_2 - k_2) \\ 0 & 0 & -g + \gamma \end{vmatrix} \quad (3.57)$$

$$\delta Q Q^T = \begin{vmatrix} 0 & +(\lambda - \lambda) \sin \phi & -(\lambda - \lambda) \cos \phi \\ -(\lambda - \lambda) \sin \phi & 0 & -(\phi - \phi) \\ (\lambda - \lambda) \cos \phi & (\phi - \phi) & 0 \end{vmatrix} = (\tilde{Q} - Q)Q^T \quad (3.58)$$

olarak belirlidir. (3.56) bir matris eşitliğidir ve eğer Ω bir sıfır matrisi olarak alınırsa üçüncü satırdan

$$\frac{\partial(\delta W)}{\partial \lambda} = \frac{\gamma}{k_1 \sec \phi} (\Lambda - \lambda) \cos \phi$$

$$\frac{\partial(\delta W)}{\partial \phi} = \frac{\gamma}{k_2} (\Phi - \phi)$$

$$\frac{\partial(\delta W)}{\partial U} = \frac{g - \gamma}{\gamma} \left\{ \gamma \frac{\partial \left(\frac{\Lambda}{\gamma} \right)}{\partial \phi} (\Phi - \gamma) \right\} \text{ terim gradien çarpımları nedeniyle gözardı edilmiştir }$$

skalar eşitlikleri elde edilir. Ω matrisinin tüm elemanlarının sıfır olma ideal durumunda çekül sapması bileşenleri

$$\eta = (\Lambda - \lambda) \cos \phi$$

$$\xi = (\Phi - \phi)$$

ve bozucu potansiyel

$$\Gamma = \delta W$$

olarak gösterilirler. Böylece yukarıdaki iki eşitlik

$$\eta = \frac{1}{\gamma} \frac{k_1}{\cos \phi} \frac{\partial \Gamma}{\partial \lambda}$$

$$\xi = \frac{1}{\gamma} k_2 \frac{\partial \Gamma}{\partial \phi}$$

olarak yazılabilir. Bunlar da çekül sapması bileşenlerinin gravite verileriyle elde edilmesinde kullanılan Ünlü Vering-Meinesz formüllerinden başkası değildir. (λ, ϕ, U) sisteminde esbaşucu çizgisi boyunca türev (isozenithal differentiation)

$$\frac{\partial}{\partial U} = \frac{\partial \eta}{\partial U} \frac{\partial}{\partial \eta} = -\frac{1}{\gamma} \frac{\partial}{\partial \eta}$$

olarak da yazılabildiğinden yukarıdaki üçüncü eşitlik

$$\frac{\partial \Gamma}{\partial U} = -\frac{1}{\gamma} \frac{\partial \Gamma}{\partial \eta} = \frac{g - \gamma}{\gamma}$$

olarak yazılabilir. Eşitliğin sol ve sağındaki γ aynı olup ilgilenilen uzay kesiminde sıfırdan farklıdır ve böylece jeodezik sınır değeri probleminin ana eşitliği olan ve gravite bozukluğuyla bozucu potansiyel arasındaki ilişkiyi veren ünlü bağıntı

$$g - \gamma = \delta g = -\frac{\partial \Gamma}{\partial \eta}$$

elde edilir.

İster geometrik, isterse fiziksel jeodezinin alışlagelen uygulamalarından astrojeodezik nivelman, Laplace azimut kosulu vb. örnekler daha çoğaltılabilir. (3.45)' den (3.55)'e kadar olan eşitlikler, ilgili fiziksel kavramların ve gerçeklerin, geometrik tanımların ve üç boyutta bunların karşılıklı ilişkilerinin, bu ilişkilerin getirdiği koşul ve kısıtlamaların tek anımlı bir dizgesini çeşitli biçimlerde sunarlar. Bunlar yalnızca matrisler arası ilişkiler vermez, aynı zamanda her hangi bir matrisin her elemanının diğerleriyle uyumlu olması gerektiği gerçeğini de vurgularlar. Başka bir deyişle, yukarıda anılan matrislerin bileşenleri her zaman diğerlerinden bağımsız keyfi büyüklükler değildir. Bu bakımdan, bu gerçek göz önünde bulundurulmaksızın her hangi bir matrisin her hangi bir elemanı bir probleme bağımsız bir parametre olarak sokulursa doğru olmayan sonuçlara götürebilir.

4 - ASTROJEODEZİK AĞLARIN ALIŞILAGELEN YOLLA KURULUŞU

Burada , bir astrojeodezik ağın kuruluşu ile ağa ait noktaların üç boyuttaki koordinatlarının bulunması ödevi kastedilmektedir. Alışılalagelen uygulamalarda bu ödev yeryüzünde yapılan ölçme ve gözlemler yardımıyla birbirinden tümüyle ayrı iki kesimde başarılır. Benimsenen bir referans yüzeyin üstündeki koordinatlar- dan oluşan iki boyutlu kesime çoğunlukla yatay kontrol denir. Noktaların bir temel yüzeye göre ya yükseklikleri ya da jeopotansiyel sayılarından oluşan üçüncü boyuta ait kesime de genellikle düşey kontrol adı verilir.

4.1- Yatay ve Düşey Kontrollara Ait İşlemlerin Ana Çizgileri

Yatay kontrole ait işlemlerin ayrıntıları çeşitli uygulamalarda farklılık gösterirse de ana çizgileri aşağıdaki gibi özetlenebilir.

- .Bir referans elipsoid benimsenir(Referans yüzeyin büyüklük ve biçiminin tanımlanması).
- .Ağın noktalarından birisi başlangıç noktası olarak seçilir.Datum noktası olarak da anılan bu nokta için koordinatlar ve ağın bir başka noktasına olan jeodezik azimut keyfi olarak alınır(Referans yüzeyin uzaydaki konumunun tanımlanması).
- .Ağın noktalarındaki yerel doğal sistemlere dayanarak ölçme işleri(yatay açı gözlemleri,uzunluk ölçmeleri,astronomik gözlemler vb.) yapılır.
- .Doğal sistemlere dayanılarak yapılmış olan ölçme ve gözlemlerin sonuçları sanki bunlar referans sistemlere aitmiş gibi düzeltilir(Ölçme ve gözlemlerin indirgenmesi).
- .İndirgenmiş ölçme ve gözleme sonuçları kullanılarak referans elipsoid üstünde gerekli hesaplama işlemleri yapılarak tüm noktaların koordinatları bulunur.Bu adımda fazladan ölçme ve gözlemlerden yararlanılıp en küçük karelere göre dengeleme hesabı yapılır (Ağın Dengelenmesi).
- .Gerekliyse , başta benimsenmiş olan referans elipsoidin büyüklüğü,biçimi ve/veya uzaydaki konumu değiştirilir.Bu değişiklikle koordinatların düzeltilmesinde ağın, dengeleme adımıyla bağlanan şekil özellikleri korunur.

Düşey kontrole ait işlemler de genellikle aşağıdaki adımlardan oluşur.

- .Ağıdaki noktaların yükseklikleri ve/veya jeopotansiyel sayıları için temel yüzey olarak ortalama deniz seviyesi saptanır.
- .Ağın noktalarını birleştiren güzergahlar boyunca geometrik nivelman ölçmeleri ve

gerçek gravite ölçmeleri yapılır.

Anılan ölçme değerleri kullanılarak noktaların benimsenecek bir yükseklik sistemindeki yükseklikleri ya da jeopotansiyel sayıları bulunur. Burada da fazla ölçmelerden yararlanılıp en küçük karelere göre dengeleme hesabı yapılır.

Noktaların elipsoid yüksekliklerine gereksinme duyulursa, ortalama deniz seviyesini temsil eden yüzeyin noktalarının referans elipsoidten olan uzaklıkları bulunur. Bu adım uygulamada astrojeodezik jeoid belirlenmesi olarak bilinir.

Uygulamalarda genellikle yatay kontrol noktaları (triangülasyon vb. noktalar) ile düşey kontrol noktaları (nivelman röperleri) farklı olurlar. Bir başka deyişle, yatay ve düşey kontrol ağları fiziksel olarak da birbirinden bağımsız kurulur.

4.2- Yatay Kontrol Ağlarına İlişkin Bazı Olumsuz Gerçekler

Yatay kontrolde ana düşünce, eğriliği olan keyfi bir referans yüzey üzerinde yalnızca iki boyutla uğraşmaktır. Amaca hizmet edecek, çelişkisiz, anlamlı ve kullanılabilir sonuçların elde edilmesi, her şeyden önce, orijinal ölçme ve gözlemlere ait sonucu etkileyici indirgemelerin dikkate alınmasına ve sistematik bozulmalara neden olmayacak biçimde hesaplamalarda yaklaşıklıklar yapılmasına bağlıdır. Bu sorunu ilgilendiren ve ayrıntıları incelenen uygulamalarda karşılaşılan gerçeklerden bazıları aşağıda sıralanmıştır. Astrojeodezik adı da kullanılan büyük ağların hemen hemen tümünü de ilgilendiren bu hususlar yatay kontrol ağların ortak olumsuzluklarıdır.

.Elipsoid yükseklikleri, astrojeodezik çekül sapmaları vb. indirgeme miktarları tüm yatay ve düşey kontrol hesaplamalarının sonuçlarıdır, başlangıçta ya hiç bilinmezler ya da yaklaşık olarak bilinirler.

.Bilinmeleri olanaklı bile olsa, bazı indirgemelerin sonucu etkilemeyecek kadar küçük olacaklarına daha baştan inanılır ve çok ender bazı ağlar dışında hemen hemen tüm uygulamalarda gözardı edilirler. Bunlara, yatay refraksiyon, yatay açı gözlemlerinin çekül sapması nedeniyle indirgenmesi vb. örnek gösterilebilir.

.Bazı indirgemeler çelişkilidir. Örneğin yatay kontrol amacıyla noktalar elipsoid normal boyunca Helmert izdüşümüyle izdüşürülürken, astronomik gözlemler için bu izdüşüm yöntemi Fizetti izdüşümüdür.

.Bazı indirgemelerdeki kabullerin hesaplamalar için yeterli yaklaşıklığı sağladığı tartışma konusu olabilir. Astronomik gözlemlerin jeoide indirgenmesi sırasında gerçek gravite alanının çekül eğrisinin standard gravite alanınıninkiyile tanımlanması bu tiptendir.

İndirgemelerin hemen tümü için yapılan bir kabul büyük bir olasılıkla doğru olmaktan uzaktır. Bu kabul, böyle olusmalarını gerçekleştirecek koşullar hiç bir uygulamamanın gerekli adımıda yeterince dikkate alınmamış olmasına rağmen, çeşitli nedenlerle ortaya çıkacak σ matrislerinin elemanlarının rastlantısal gözlem hataları olarak yorumlanmasıdır.

Yatay ve düşey kontrollerin stokastik bağımsızlığından söz etme olanağı yoktur. Çünkü bunların stokastik özellikleri birlikte σ matrisinin stokastik kesiminin kontrolü altındadır.

Yukarıda sıralananlar ve dengelemeden gelebilecek nedenlerle, tüm uygulamaların mevcut yatay kontrol sonuçları arzulan kesin sonuç için ancak bir ilk yaklaşım olarak kabullenilebilir. Bunlar ya uygun bir yöntemle düzeltilmelidir ya da gözleme ve ölçmelerin indirgenmelerinde ve hesaplamaların yaklaşımlarında gerekli olupta bu yaklaşım sonucu bulunan faktörler eklenerek tüm hesaplamalar yenilenmelidir. Bir başka deyişle, ilk yaklaşımın hemen sonunda işlemler kapanırsa, sonuçlar deformasyona uğramış bir yatay kontrol ağını temsil ederler. Ne yazık ki, yaşanan günlerde (1978) mevcut tüm ulusal ya da kıtasal büyüklükteki ağılarda durum budur. Bir anlamda düşey kontrol ağıları bu genellenenin dışında tutulmalıdır. Çünkü bazı düşey kontrol ağılarında ilk hesaplanan jeoid yükseklikleri deformasyona uğramış jeodezik boylam ve enlemler dolayısıyla düzeltilmişlerdir. Bu, Molodenski düzeltmesi olarak bilinmektedir.

4.3- Ölçmelerin ve Gözlemelerin İndirgenmelerinde Gözardı Edilen, Tam Uygulanmayan ya da Yanlış Uygulanan Miktarlar ile Hesaplamalardaki Uyumsuz Yaklaşıklık ve Kabullerin Etkilerini Veren Formüllerin Çıkarılması

Hesaplamaların yenilenmeleri bir yana bırakılır, yukarıda sıralanan olumsuzluk nedenleriyle kesin olmayan ilk yaklaşım sonuçları düzeltilmek istenirse uygun bir matematik modelin ortaya konması gerekir. Burada ortaya konmaya çalışılacak modelde dengeleme sorunları konu dışı bırakılacaktır. İlk hareket noktası (3.45) eşitliğinin değişik bir biçimi olacaktır. Yine zincir kuralından yararlanıp (3.33) ve (3.39) eşitliklerinden

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial(\delta X)}{\partial \lambda} & \frac{\partial(\delta X)}{\partial \phi} & \frac{\partial(\delta X)}{\partial U} \\ \frac{\partial(\delta Y)}{\partial \lambda} & \frac{\partial(\delta Y)}{\partial \phi} & \frac{\partial(\delta Y)}{\partial U} \\ \frac{\partial(\delta Z)}{\partial \lambda} & \frac{\partial(\delta Z)}{\partial \phi} & \frac{\partial(\delta Z)}{\partial U} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial(\delta X)}{\partial u} & \frac{\partial(\delta X)}{\partial v} & \frac{\partial(\delta X)}{\partial w} \\ \frac{\partial(\delta Y)}{\partial u} & \frac{\partial(\delta Y)}{\partial v} & \frac{\partial(\delta Y)}{\partial w} \\ \frac{\partial(\delta Z)}{\partial u} & \frac{\partial(\delta Z)}{\partial v} & \frac{\partial(\delta Z)}{\partial w} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial \lambda} & \frac{\partial u}{\partial \phi} & \frac{\partial u}{\partial U} \\ \frac{\partial v}{\partial \lambda} & \frac{\partial v}{\partial \phi} & \frac{\partial v}{\partial U} \\ \frac{\partial w}{\partial \lambda} & \frac{\partial w}{\partial \phi} & \frac{\partial w}{\partial U} \end{bmatrix} - \sigma Q^T S \quad (4.1)$$

ve Ω matrisinin (3.45)'deki eşdeğeriyle

$$\Omega Q^T S = Q^T S (I + D) - Q^T S \quad (4.1a)$$

yazılır. Hemen görüleceği üzere Ω 'nın bir sıfır matris olma ideal durumunda bu eşitliğin sol tarafındaki matrisin tüm elemanları sıfıra eşit olmalıdır. Eğer Ω , elemanları sıfırdan farklı, ancak tüm uzayda keyfi sabit bir matris ise bile Q^T ve S matrisleri nedeniyle (4.1a) eşitliğinin sol tarafındaki matrisin elemanları konuma bağlı fonksiyonlar olacaklardır. Ancak ağların alışılacağı yolla kuruluşunda sorun da karışıktır. İki ve yukarı derece terimlerin atılmasıyla (4.1a)'nın sağ tarafı Taylor açılımıyla doğrusallaştırılırsa ve bazı matris işlemleriyle basitleştirilirse

$$\Omega Q^T S = (\delta Q^T Q + Q^T \delta S R^T Q + Q^T S \delta R^T Q) Q^T S \quad (4.1b)$$

ya da (3.52) yardımıyla

$$\Omega Q^T S = (\delta Q^T Q + Q^T E Q) Q^T S \quad (4.1c)$$

bulunur. Değişik biçimlerde sunulan bu eşitlik

$$\Omega Q^T S = Q^T B S \quad (4.2)$$

olarak da yazılabilir ve buradan

$$\Omega = Q^T B Q \quad (4.3)$$

elde edilir. (4.2) ve (4.3) eşitliklerinde geçen B matrisinin Taylor açılımına göre doğrusallaştırılmışı olarak

$$B = Q \delta Q^T + E \quad (4.4)$$

yazılabilir. Burada,

$$Q \delta Q^T = \begin{vmatrix} 0 & -(\lambda - \lambda) \sin \phi & (\lambda - \lambda) \cos \phi \\ (\lambda - \lambda) \sin \phi & 0 & (\phi - \phi) \\ -(\lambda - \lambda) \cos \phi & -(\phi - \phi) & 0 \end{vmatrix} \quad (4.5)$$

olarak belirlidir. Yukarıdaki (4.3) eşitliği (3.48) eşitlinin sağ tarafının doğrusallaştırılmasıyla da elde edilebilirdi. Ω matrisiyle bağımlılığı (4.3) eşitliğiyle sergilenmiş olan ve (4.4) ile belirlenen B matrisi doğal yerel sistemlerden referans yerel sistemlere indirgeme formüllerinin çıkarılma olanakını sağlar.

Eğer α bir sıfır matris ise, her yerde Q matrisinin elemanları sıfır olamayacağından B matrisinin de bir sıfır matris olması gerektiği açıktır. Doğal olarak bu yargı tersi doğrultuda da geçerlidir, yani α için bir sıfır matris elde edilmek istenirse ağıın her noktasında B matrisinin sıfıra özdeşleştirilmesi gerekir. Bu yargılar birbirinden bağımsız dört koşul ortaya koyar. Yatay ya da düşey kontrol olup olmadığına bakılmaksızın tüm uygulamalar için ağıın her noktasında sağlanması gereken bu koşullar

$$\begin{aligned}
 (1) \quad \frac{\partial(\delta e^*)}{\partial e} - \frac{\partial(\delta m^*)}{\partial m} &= \frac{\partial(\delta n^*)}{\partial n} = 0 \\
 (2) \quad \frac{\partial(\delta m^*)}{\partial e} &= \frac{\partial(\delta e^*)}{\partial m} = (\lambda - \lambda') \sin \phi \\
 (3) \quad \frac{\partial(\delta n^*)}{\partial e} &= \frac{\partial(\delta e^*)}{\partial n} = -(\lambda - \lambda') \cos \phi \\
 (4) \quad \frac{\partial(\delta n^*)}{\partial m} &= \frac{\partial(\delta m^*)}{\partial n} = -(\phi - \phi')
 \end{aligned} \tag{4.6}$$

olarak belirlidir.

Aynı noktadaki $(\delta e^*, \delta m^*, \delta n^*)$ ile (e, m, n) sistemleri arasındaki bir benzerlik dönüşümü için Taylor açılımı yardımıyla doğrusallaştırılmış biçimde

$$E = \begin{pmatrix} \Delta & e_n & -e_m \\ -e_n & \Delta & e_e \\ e_m & -e_e & \Delta \end{pmatrix} \tag{4.7}$$

yazılabilir. Burada, sırasıyla e, m, n eksenleri etrafında dönmeleri temsil eden e_e, e_m, e_n birer küçük açı olarak kabul edilmiş, sinüsleri yerine radyan değerleri, cosinüsleri yerine de birim alınmıştır. Ölçek faktörünün birinden farkı olan Δ 'nın da küçük olduğu varsayılmıştır.

Diğer yandan aynı noktadaki $(\delta e^*, \delta m^*, \delta n^*)$ ile (e, m, n) sistemlerine dayanan (α, β, ℓ) ile $(\lambda, \lambda', \ell')$ arasındaki benzerlik dönüşümü bağıntılarında

$$\pi = \begin{pmatrix} \frac{\partial(\delta \alpha^*)}{\partial \alpha} & \frac{\partial(\delta \lambda^*)}{\partial \beta} & 0 \\ \frac{\partial(\delta \beta^*)}{\partial \alpha} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial(\delta \ell^*)}{\partial \ell} \end{pmatrix} \tag{4.8}$$

geçerlidir.

Yine Taylor açılımı yardımıyla (3.54) eşitliğinin sağ tarafı doğrusallaştırılarak

$$E = A^T L (M^T \delta L + M^T A \delta A^T L + \pi) M^T A \quad (4.9)$$

ya da

$$M^T A E A^T L = M^T \delta L + M^T A \delta A^T L + \pi \quad (4.10)$$

bulunur. E matrisinin (4.7) biçimiyle, (4.10) eşitliğinin sol tarafı olarak

$$\begin{bmatrix} \Delta & [\epsilon_n \cot \beta + (\epsilon_e \sin \alpha + \epsilon_m \cos \alpha)] \\ -\sin^2 \beta [\epsilon_n \cot \beta + (\epsilon_e \sin \alpha + \epsilon_m \cos \alpha)] & \Delta \\ -2 \sin^2 \beta [\epsilon_n - (\epsilon_e \sin \alpha + \epsilon_m \cos \alpha) \cot \beta] & -2(\epsilon_e \cos \alpha - \epsilon_m \sin \alpha) \\ & \frac{1}{2} [\epsilon_n - (\epsilon_e \sin \alpha + \epsilon_m \cos \alpha) \cot \beta] \\ & \frac{1}{2} (\epsilon_e \cos \alpha - \epsilon_m \sin \alpha) \\ & \Delta \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

ve π matrisinin (4.8) biçimiyle aynı eşitliğin sağ tarafı olarak

$$\begin{bmatrix} -\frac{\delta \tilde{L}}{\tilde{L}} + \delta \tilde{\beta} \cot \beta + \frac{\partial(\delta \tilde{\alpha})}{\partial \alpha} & [\delta \tilde{\alpha} \cot \beta + \frac{\partial(\delta \tilde{\alpha})}{\partial \beta}] & \frac{\delta \tilde{\alpha}}{\tilde{L}} \\ [-\delta \tilde{\alpha} \cot \beta \sin^2 \beta + \frac{\partial(\delta \tilde{\beta})}{\partial \alpha}] & \frac{\delta \tilde{L}}{\tilde{L}} & \frac{\delta \tilde{\beta}}{\tilde{L}} \\ -2 \sin^2 \beta \delta \tilde{\alpha} & -2 \delta \tilde{\beta} & \frac{\partial(\delta \tilde{L})}{\partial \tilde{L}} \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

elde edilir. (4.10) bir matris eşitliği olduğundan bunun sol ve sağ yanlarındaki (4.11) ve (4.12) matrislerinin karşılıklı elemanlarından

$$\frac{\delta \tilde{L}}{\tilde{L}} = \frac{\partial(\delta \tilde{L})}{\partial \tilde{L}} = \Delta \quad (4.13)$$

$$\begin{aligned} \delta \tilde{\alpha} &= \epsilon_n - (\epsilon_e \sin \alpha + \epsilon_m \cos \alpha) \cot \beta \\ \delta \tilde{\beta} &= \frac{\partial(\delta \tilde{\alpha})}{\partial \alpha} \tan \beta - \epsilon_e \cos \alpha - \epsilon_m \sin \alpha \end{aligned} \quad (4.14)$$

$$\frac{\partial(\delta \tilde{\alpha})}{\partial \beta} = -\frac{1}{\sin^2 \beta} \frac{\partial(\delta \tilde{\beta})}{\partial \alpha} = \frac{1}{\sin^2 \beta} (\epsilon_e \sin \alpha + \epsilon_m \cos \alpha)$$

eşitlikleri yazılır. Ayrıca (3.41), (4.7), (4.9), (4.13) ve (4.14) eşitlikleri kulla-

nılarak her bir yerel koordinat çifti arasındaki benzerlik dönüşümü için

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial(\delta\tilde{e})}{\partial e} & \frac{\partial(\delta\tilde{e})}{\partial m} & \frac{\partial(\delta\tilde{e})}{\partial n} \\ \frac{\partial(\delta\tilde{m})}{\partial e} & \frac{\partial(\delta\tilde{m})}{\partial m} & \frac{\partial(\delta\tilde{m})}{\partial n} \\ \frac{\partial(\delta\tilde{n})}{\partial e} & \frac{\partial(\delta\tilde{n})}{\partial m} & \frac{\partial(\delta\tilde{n})}{\partial n} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \frac{\delta\tilde{e}}{e} & [\delta\tilde{a} - \frac{\partial(\delta\tilde{B})}{\partial\alpha}\cot\beta] & [\delta\tilde{e}\sin\alpha + \frac{\partial(\delta\tilde{B})}{\partial\alpha}\cos\alpha] \\ [-\delta\tilde{e} + \frac{\partial(\delta\tilde{B})}{\partial\alpha}\cot\beta] & \frac{\delta\tilde{e}}{e} & [\delta\tilde{B}\cos\alpha - \frac{\partial(\delta\tilde{B})}{\partial\alpha}\sin\alpha] \\ [-\delta\tilde{B}\sin\alpha - \frac{\partial(\delta\tilde{B})}{\partial\alpha}\cos\alpha] & -\delta\tilde{B}\cos\alpha + \frac{\partial(\delta\tilde{B})}{\partial\alpha}\sin\alpha & \frac{\delta\tilde{e}}{e} \end{vmatrix} \quad (4.15)$$

bulunur. Böylece u için bir sıfır matrisi elde edilmesinin (4.6) koşulları

$$\begin{aligned} (1) \quad \frac{\delta\tilde{e}}{e} &= 0 \\ (2) \quad (\tilde{\alpha} - \alpha) - (\lambda - \lambda)\sin\phi - [(\phi - \phi)\sin\alpha - (\lambda - \lambda)\cos\phi\cos\alpha]\cot\beta &= 0 \\ (3) \quad (\tilde{\beta} - \beta) + (\phi - \phi)\cos\alpha + (\lambda - \lambda)\cos\phi\sin\alpha &= 0 \\ (4a) \quad \frac{\partial(\tilde{\beta} - \beta)}{\partial\alpha} - (\phi - \phi)\sin\alpha + (\lambda - \lambda)\cos\phi\cos\alpha &= 0 \end{aligned} \quad (4.16)$$

ya da

$$(4b) \quad \frac{\partial(\tilde{\beta} - \beta)}{\partial\beta}\sin^2\beta + (\phi - \phi)\sin\alpha - (\lambda - \lambda)\cos\phi\cos\alpha = 0$$

biçimine girer. Kosul {1} temel olarak ölçülen uzunlukların indirgenmesini ilgilendirir. Pek çok uygulamada yeryüzünde ölçülen uzunluklar referans elipsoidin yüzüne değil de deniz seviyesine, bir başka deyişle jeoidin yüzüne indirgenirler ama yatay kontrolün dengelenmesi sırasında sanki referans elipsoidin yüzüne indirgenmiş gibi işleme sokulurlar. Diğer üç koşul her şeyden önce doğrultu ya da açı ölçmelerinin doğal sistemlerden referans sistemlere indirgenmesini ilgilendirirler. Geometrik anlam olarak da, koşul {1} sağlanmış ise bunlar da X, Y, Z eksenleri ile u, v, w eksenlerinin karşılıklı olarak paralellliğini sağlarlar. Hemen hemen tüm uygulamalarda, astronomik gözlemlerin yapıldığı noktalarda koşul {2}

$$(\tilde{\alpha} - \alpha) - (\lambda - \lambda)\sin\phi = 0 \quad (4.17)$$

biçiminde kullanılır. Oysa bu biçim durulan noktanın yalnızca yatay düzlemi içinde bulunan doğrultular için geçerlidir. Koşul {1} her yerde, ve kendisi de ağıın tüm noktalarında kusursuz olarak sağlanmış olsa bile koşul {2}'nin tek başına u matrisinin tüm diyagonal dışı elemanlarını sıfır yapmaya yetmeyeceği açıkça görülmektedir. Çünkü, {3} ve {4} koşulları, koşul {2}'den bağımsız olup yatay kontrol ağları kurulurken hiç bir şekilde dikkate alınmaz. {3} ve {4a} koşulları uygulamada, dikey kontrol ağları için yükseklik anomalisi

$$h - \tilde{h} = \zeta = -\delta\tilde{h}$$

olarak tanımlanıp

$$\frac{\partial(\delta n^*)}{\partial e} = -\frac{\partial \tau}{\partial e} = -\delta \beta^* \sin \alpha - \frac{\partial(\delta \beta^*)}{\partial \alpha} \cos \alpha = (\Delta - \lambda) \cos \phi$$

$$\frac{\partial(\delta n^*)}{\partial m} = -\frac{\partial \tau}{\partial m} = -\delta \beta^* \cos \alpha + \frac{\partial(\delta \beta^*)}{\partial \alpha} \sin \alpha = (\lambda - \Delta)$$

biçiminde yalnızca astrojeodetik nivelmanda kullanılır.

Yukarıda sözü edilen koşulların bu ve benzeri biçimde eksik uygulanmaları ya da tümüyle gözardı edilmeleri, elemanları sıfırdan farklı ve konuma bağlı Ω matrisi doğuracağı kuşkusuzdur. Kuramsal olarak Ω mutlak surette bir sıfır matrisi olmak zorunluğunda değildir, [23]. Ancak, (X,Y,Z) ile (u,v,w) sistemlerinin ortogonalliklerini ve kartezyenliklerini koruması gerekir. Başka bir deyişle, bir benzerlik dönüşümünün tüm özelliklerini içermek zorunluğundadır. Bu özellikler kısaca şöyle özetlenebilir;

.Ağın tüm noktalarında aynı Ω matrisi elde edilmelidir.

.Eğer bağımsız dört parametreden birisi ölçek faktörüysse ve bu (I + Ω) matrisinden çekilirse geriye ortogonal bir matris kalmalıdır. Eğer diğer üç bağımsız parametre de u,v,w eksenleri etrafındaki dönme açılarıysa ve bunlar yeteri kadar küçük iseler Ω matrisinin doğrusallaştırılmış biçiminde diyagonal dışı elemanları bir ters simetrik matris (skew symmetric matrix) oluşturmamalıdır.

Taylor seri açınımlarında yalnız birinci derece terimlerle yetinilerek

$$\Omega = \begin{bmatrix} \Delta & \omega_W & -\omega_V \\ -\omega_W & \Delta & \omega_U \\ \omega_V & -\omega_U & \Delta \end{bmatrix} \quad (4.18)$$

yazılabilir. Burada Δ sabit bir ölçek faktörünün birden farkıdır. $\omega_U, \omega_V, \omega_W$ ise sırasıyla u, v, w eksenleri etrafındaki küçük dönme açılarıdır. Bu dönmelerle anılan eksenler X, Y, Z eksenlerine paralel kılınır. Böylece (4.16) koşulları

$$(1) \frac{\delta \beta^*}{\delta} = \Delta = \text{sabit}$$

$$(2) p \sin \phi - q \cos \phi = \omega_W = \text{sabit} \quad (4.19)$$

$$(3) (p \cos \phi + q \sin \phi) \sin \lambda - r \cos \phi = \omega_V = \text{sabit}$$

$$(4) (p \cos \phi + q \sin \phi) \cos \lambda - r \sin \phi = \omega_U = \text{sabit}$$

biçimine girer. Burada

$$\begin{aligned}
 p &= (\tilde{\alpha} - \alpha) - (\lambda - \lambda) \sin \phi - \frac{\partial(\tilde{\beta} - \beta)}{\partial \alpha} \cot \beta \\
 q &= (\tilde{\beta} - \beta) \sin \alpha + (\lambda - \lambda) \cos \phi + \frac{\partial(\tilde{\beta} - \beta)}{\partial \alpha} \cos \alpha \\
 r &= (\tilde{\beta} - \beta) \cos \alpha + (\phi - \phi) - \frac{\partial(\tilde{\beta} - \beta)}{\partial \alpha} \sin \alpha
 \end{aligned} \quad (4.20)$$

kısaltmaları kullanılmıştır. (4.19) koşullarının son üçü

$$\begin{bmatrix} u_U \\ u_V \\ u_W \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin \lambda & -\sin \alpha \cos \lambda & \cos \alpha \cos \lambda \\ \cos \lambda & -\sin \alpha \sin \lambda & \cos \alpha \sin \lambda \\ 0 & \cos \phi & \sin \phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & \cos \alpha & -\sin \alpha \\ 0 & -\sin \alpha & -\cos \alpha \\ 1 & 0 & -\cot \beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi \\ \mu \\ \nu \end{bmatrix} \quad (4.21)$$

ya da

$$\begin{bmatrix} \psi \\ \mu \\ \nu \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin \alpha \cot \beta & -\cos \alpha \cot \beta & 1 \\ \cos \alpha & -\sin \alpha & 0 \\ -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\sin \lambda & \cos \lambda & 0 \\ -\sin \phi \cos \lambda & -\sin \phi \sin \lambda & \cos \phi \\ \cos \phi \cos \lambda & \cos \phi \sin \lambda & \sin \phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_U \\ u_V \\ u_W \end{bmatrix} \quad (4.22)$$

biçimlerinde de yazılabilir. Burada da

$$\begin{aligned}
 \psi &= (\tilde{\alpha} - \alpha) - (\lambda - \lambda) \sin \phi + [(\lambda - \lambda) \cos \phi \cos \alpha - (\phi - \phi) \sin \alpha] \cot \beta \\
 \mu &= (\tilde{\beta} - \beta) + (\lambda - \lambda) \cos \phi \sin \alpha + (\phi - \phi) \cos \alpha \\
 \nu &= \frac{\partial(\tilde{\beta} - \beta)}{\partial \alpha} + (\lambda - \lambda) \cos \phi \cos \alpha - (\phi - \phi) \sin \alpha
 \end{aligned} \quad (4.23)$$

ya da

$$\psi = - \frac{\partial(\tilde{\alpha} - \alpha)}{\partial \beta} \sin^2 \beta + (\lambda - \lambda) \cos \phi \cos \alpha - (\phi - \phi) \sin \alpha$$

kısaltmaları kullanılmıştır.

Bütün bu eşitliklerden de görülebileceği gibi ölçme ve gözlemlerin indirgenmelerinde gözardı edilme ve tam olmayan uygulamalar (u, v, w) ile (X, Y, Z) ve her hangi bir noktadaki $(\tilde{e}, \tilde{m}, \tilde{n})$ ile (e, m, n) arasındaki benzerlik dönüşümlerini bozacak konum ve/veya doğrultunun fonksiyonu olan g matrisleri yaratmaktadır. Östelik bu matrislerin elemanlarının ilk sayısal değerleri yatay ya da düşey kontrolün dengelenmesi sırasında korunmamaktadır. Bazı elemanları bir parçası sanki gözleme hatasıymış gibi atılmakta, bazı elemanların rollerini değiştirmeleri zorlanmakta, ve bazıları da ağıın içinde konum ve doğrultu değiştirip ağıın başka taraflarına sıvas-

maktadır. Bu nedenlerle, ölçme, gözleme ve hesaplama sonuçları karşılaştırılarak konum ve doğrultuya bağlı gerçek Δ , ψ , ω , ν değerlerinin sayısal büyüklükleri bulunmaksızın etkileri verecek kesin formüllerin çıkarılması hemen hemen olanaklıdır. Bununla beraber, burada belirli durumlarda kullanılabilecek yararlı bir formül ortaya konmaya çalışılmaktadır.

Her hangi bir noktada doğal koordinatlarla deformasyona uğramış koordinatlar arasındaki fark vektörü

$$\delta \vec{X} = (\delta X, \delta Y, \delta Z)^T$$

ile ve referans koordinatlardaki artma miktarı bileşenleri

$$d\vec{X} = (d\lambda, d\phi, dU)^T$$

biçiminde bir vektör ile gösterilirse (4.1) eşitliğinden

$$d(\delta \vec{X}) = \Omega Q^T S d\vec{X} \quad (4.24)$$

olarak yazılabilir. Eğer Ω gerekli koşulları karşılıyorsa bu bir tam diferansiyeldir. Aşın P_0 başlangıç noktasından her hangi bir P noktasına integre edilirse

$$\delta \vec{X}_P = \delta \vec{X}_0 + \int_0^P \Omega Q^T S d\vec{X} \quad (4.25)$$

bulunur. İntegral işareti altındaki Ω matrisi eğer sabit elemanlardan oluşuyorsa (3.33) eşitliğinden yazılacak

$$d\vec{U} = Q^T S d\vec{X} \quad (4.26)$$

ile (4.25) eşitliği (u, v, w) ile (X, Y, Z) arasında benzerlik dönüşümü bağıntılarının bulunması olanağını sağlar. Ancak burada amaç, çeşitli nedenlerle sabit olmayıp konum ve/veya doğrultuya bağlı, başka bir değişle integral işaretinin dışına alınamayan Ω matrisi ile uğraşmaktır. Bu nedenle de (4.1b) ve (4.2) eşitliklerinden hareket edilecektir. Buna göre (4.1b) eşitliğinden hareket edilirse

$$\delta \vec{X}_P = \delta \vec{X}_0 + \int_0^P Q^T (Q \delta Q^T + \delta S R^T + S D R^T) S d\vec{X} \quad (4.27)$$

ya da

$$\delta \vec{X}_P = Q_P Q_0^T \delta \vec{X}_0 + Q_P \int_0^P Q^T (Q \delta Q^T + \delta S R^T + S D R^T) S d\vec{X} \quad (4.28)$$

elde edilir. Burada

$$\delta \vec{x} = Q \delta \vec{x} \quad (4.29)$$

kısaltması kullanılmıştır. Aynı şekilde (4.2) eşitliğinden hareket edilirse

$$\delta \vec{x}_p = \delta \vec{x}_0 + \int_0^p Q^T B S d\vec{x} \quad (4.30)$$

ya da

$$\delta \vec{x}_p = Q_p Q_0^T \delta \vec{x}_0 + Q_p \int_0^p Q^T B S d\vec{x} \quad (4.31)$$

bulunur. Bu son iki eşitlikte geçen B matrisi $\delta S = \dot{S} - S$ ile

$$B = Q \delta Q^T + \delta S R^T + S D R^T \quad (4.31a)$$

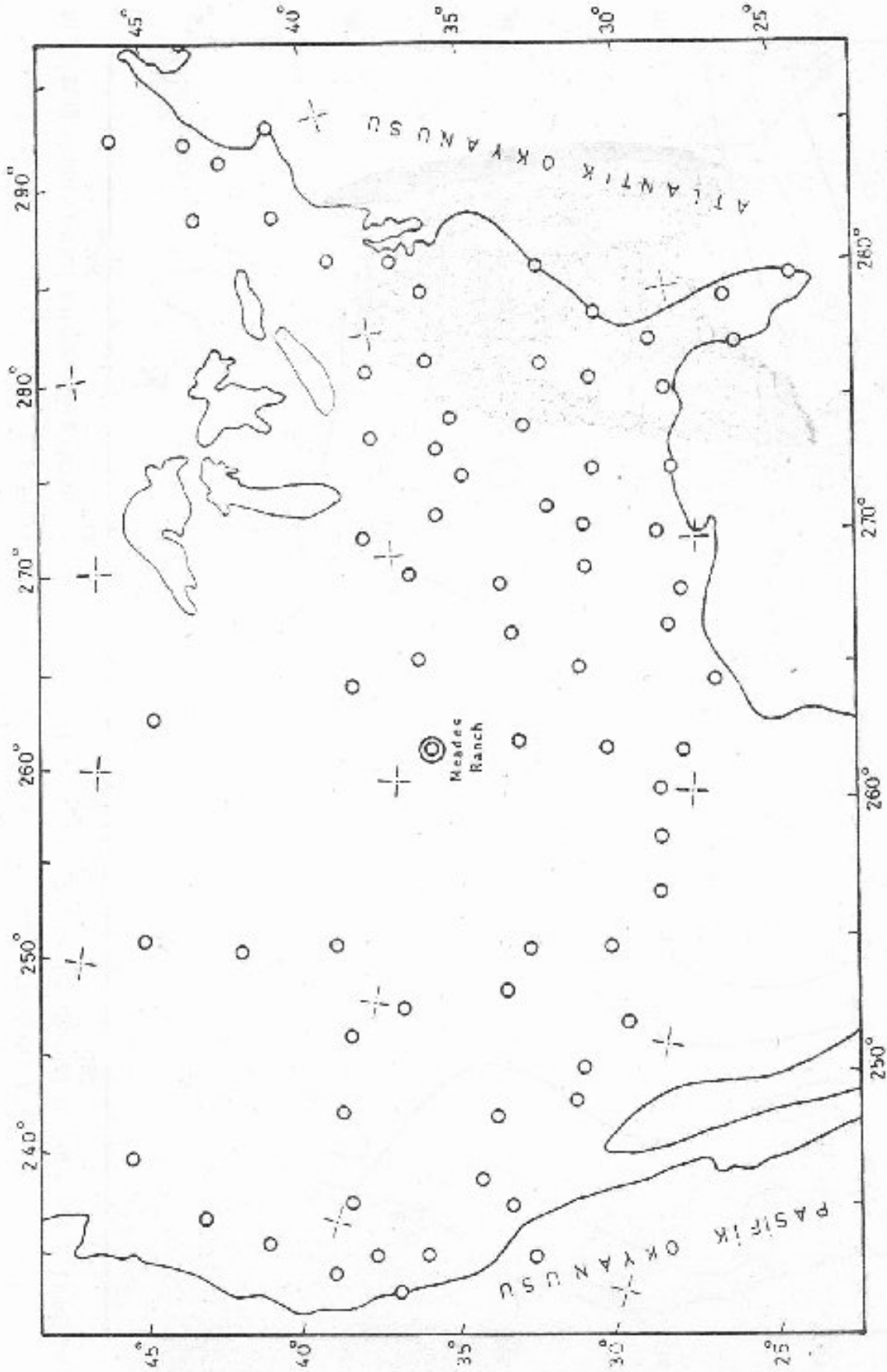
olarak ya da

$$B = \begin{bmatrix} \Delta & [\psi - v \cot \alpha] & [u \sin \alpha - v \cos \alpha] \\ [-\psi + v \cot \alpha] & \Delta & [u \cos \alpha - v \sin \alpha] \\ [-u \sin \alpha - v \cos \alpha] & [-u \cos \alpha - v \sin \alpha] & \Delta \end{bmatrix} \quad (4.32)$$

olarak belirlidir. B matrisinin (4.31a) eşitliğinden bulunması için her noktada astronomik boylam ve enlem gözlemlerinin yanı sıra gravite ölçmelerine de gereksinim vardır. Diğer taraftan bu matrisin (4.32) ile elde edilmesi içinse yine her noktada astronomik boylam ve enlem gözlemlerinin yanı sıra bu kez astronomik azimut gözlemleri, uzunluk ve başucu açısı ölçmeleri gerekmektedir. Bir ağda, anılan bu ölçme ve gözlemler varsa ya da yapılabilecekse konuma bağlı B matrisleri nokta nokta bulunup (4.30) ya da (4.31) eşitliklerinin integral altında kalan terimi yardımıyla deformasyonun doğurduğu koordinat farkları bulunabilir. Dikkat edilirse burada sözü edilen B matrisinin elemanlarının her noktada bulunmaları yetmez, bunların integral işareti altındaki ifadeyi tam diferansiyel yapacak koşulu sağlanması gerekir. Bir başka deyişle, çizgisel integrasyonun integrasyon yolundan bağımsız olmasını sağlayacak özellikte konuma bağlı bir B matrisi olması gerekir.

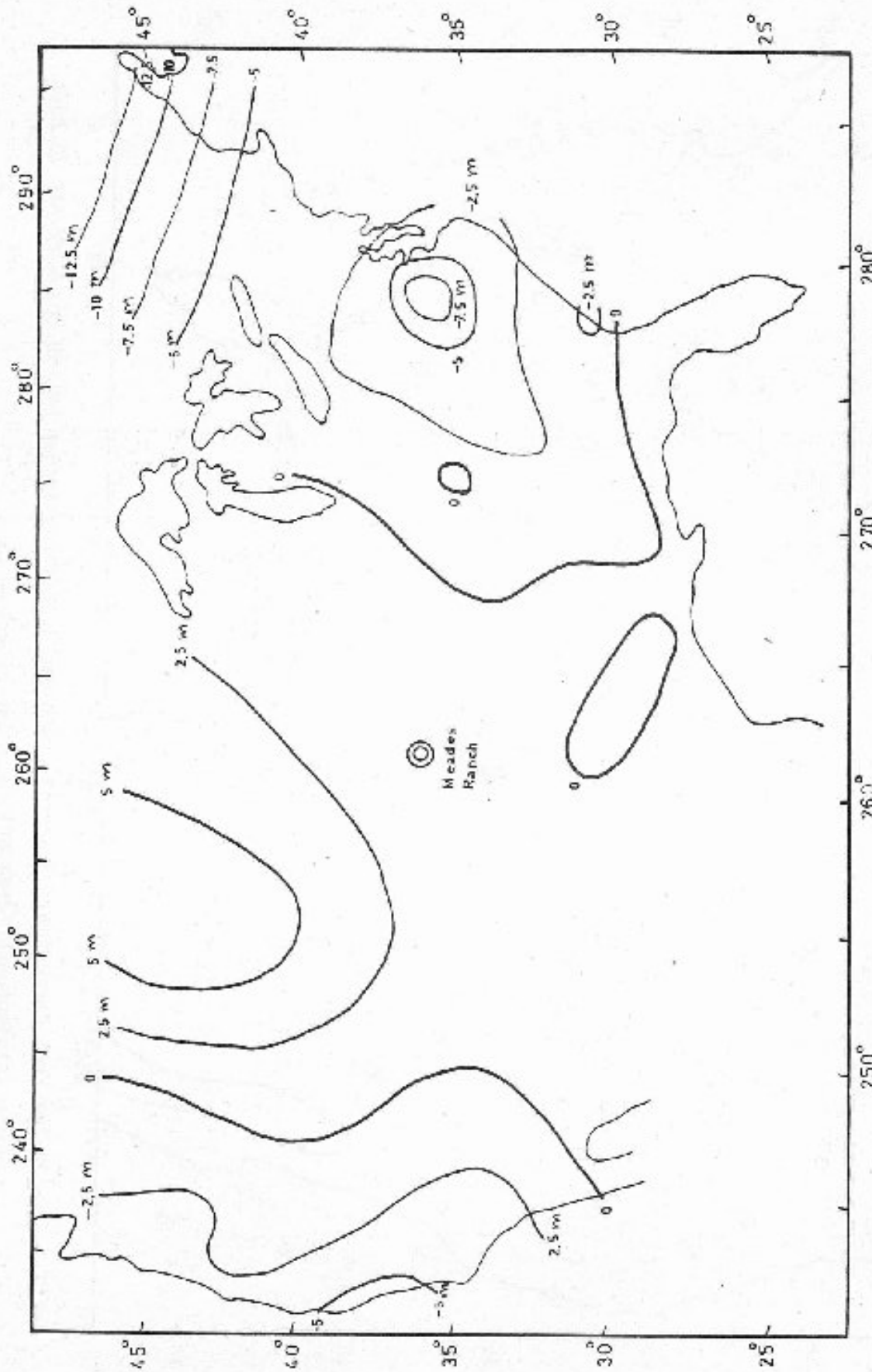
5 - YAPAY YER UYDUSU GÖZLEMELERİNDEN ELDE EDİLEN VERİLERE DAYANILARAK YAPILAN SAYISAL BİR İNCELEME

Bu bölümden amaç, önceki bölümlerde anılan kuramsal gerçekleri ve bunlara dayanılarak çıkarılan genel formülün geçerliliğini gerçek yaşıttan alınan sayısal bir örnek ile kanıtlamaya çalışmaktır. Bunun için elde bir ağı deformasyona uğramış koordinatlarıyla uğramamış koordinatlarının bulunması gerekir. Yalnız yeryüzü ölçme ve gözlemleriyle sonuçlandırılmış şimdiye değin (1978) böylesine bir ağ yoktur. Bu nitelikte bazı test ağları varsa da bunlar hem çok küçüktür hem de bunlar araştırma amaçlarına dönük kurulduklarından gerçek ağlara bir ölçüt olarak kullanılamazlar. Bununla beraber, hem yapay yer uydusu ölçme ve gözlemlerinden hem de yalnız yeryüzü ölçme ve gözlemlerinden koordinatları hesaplanmış noktaları bulunan gerçek ağlar vardır. Gerçekten de, I. I. Mueller, bir ağdaki deformasyonların uydu gözlemlerinin sonuçları yardımıyla araştırılmasını, doppler ya da laser yöntemleriyle bulunan koordinatların bir jeodezik uygulaması olarak önermiştir, [46]. Bu önerinin çıkış noktası, anılan yapay yer uydusu gözleme yöntemleriyle bulunan koordinatların, yersel yöntemlerle bulunan koordinatlara göre büyük bir olasılıkla daha homojen mutlak konum hatasına sahip olmalarıdır. Önerinin bir uygulaması olmak üzere A. Leick ve B. H. W. van Gelder tarafından Üike ya da kıta genişliğinde çeşitli ağlara ait koordinatlarla NWL-90 (Navy Weapon Laboratory - 90) adıyla bilinen ve doppler yöntemiyle elde edilmiş koordinatlar arasında üç, dört ve yedi parametrelili benzerlik dönüşümleri gerçekleştirilmiştir, [36]. Dönüşümler en küçük kareler yöntemine göre yapılmış olduğundan dengelemenin sonunda kalıntılar bulunmuştur. Bunlar tüm ağlarda yine de gözle görünen bir düzenlilik göstermektedirler. Her ne kadar parametre sayısı artırıldıkça bu düzenlilik bir oranda kaybolmakta ve kalıntıların miktarları küçülmekte ise de benzerlik dönüşümü için olabilecek en çok yedi parametrenin kullanıldığı çözümlerden sonra bile, özellikle boylam ve enlemlerde hala bir düzenliliğin bulunduğu görünmektedir. Şekil 5.1, Şekil 5.2, Şekil 5.3 ve Şekil 5.4 sözü edilen uygulamadan alınan bir örnektir ve NAD-27 (Kuzey Amerika Datumu 1927)'de ABD sınırları içinde kalan NWL-90 çözümünden 76 doppler istasyonunun yerlerini ve yedi parametrelili benzerlik dönüşümünün jeodezik koordinatlar için verdiği kalıntıları es hata çizgileri biçiminde göstermektedir. Şekil 5.2 ve Şekil 5.3'de görüldüğü gibi NAD-27'ye dayalı ABC ağının yatay kontrolünde (boylam ve enlemlerde) ölçme ve gözleme hataları ile açıklanamayacak kadar büyük kalıntılar bulunmaktadır. Ayrıca bunlar kendilerine özgü bir düzenlilik göstermektedir. Aynı biçimde doppler koordinatlarına ait kalıntılar çizildiğinde bunların hem



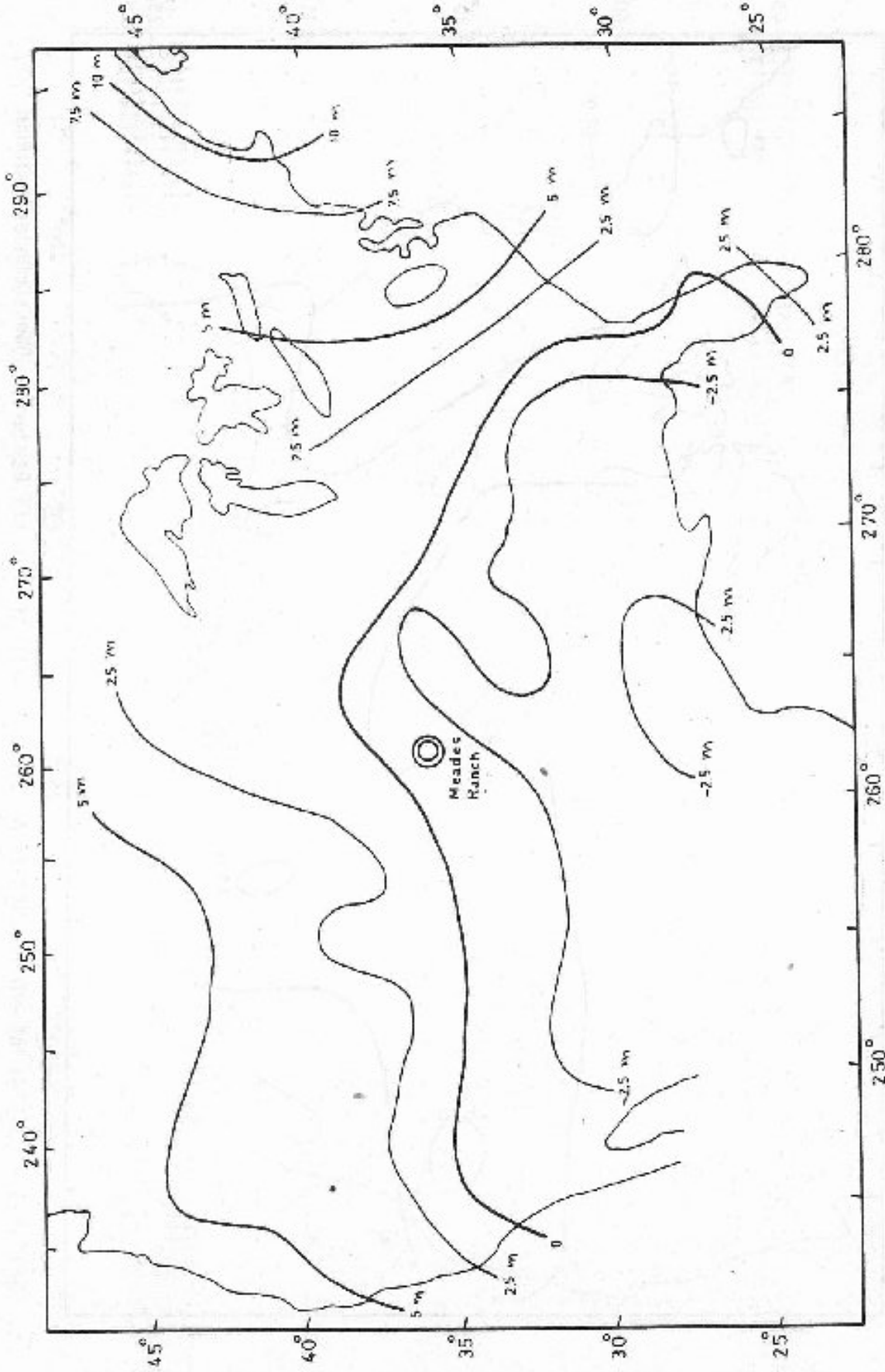
Şekil 5.1 - 135°'de Yedi Parantezli Benzerlik Dönüşümü İçin Yararlanılan HVL-90 Çözümüne Ait 76 Adet

Doppler İstasyonunun Konumları

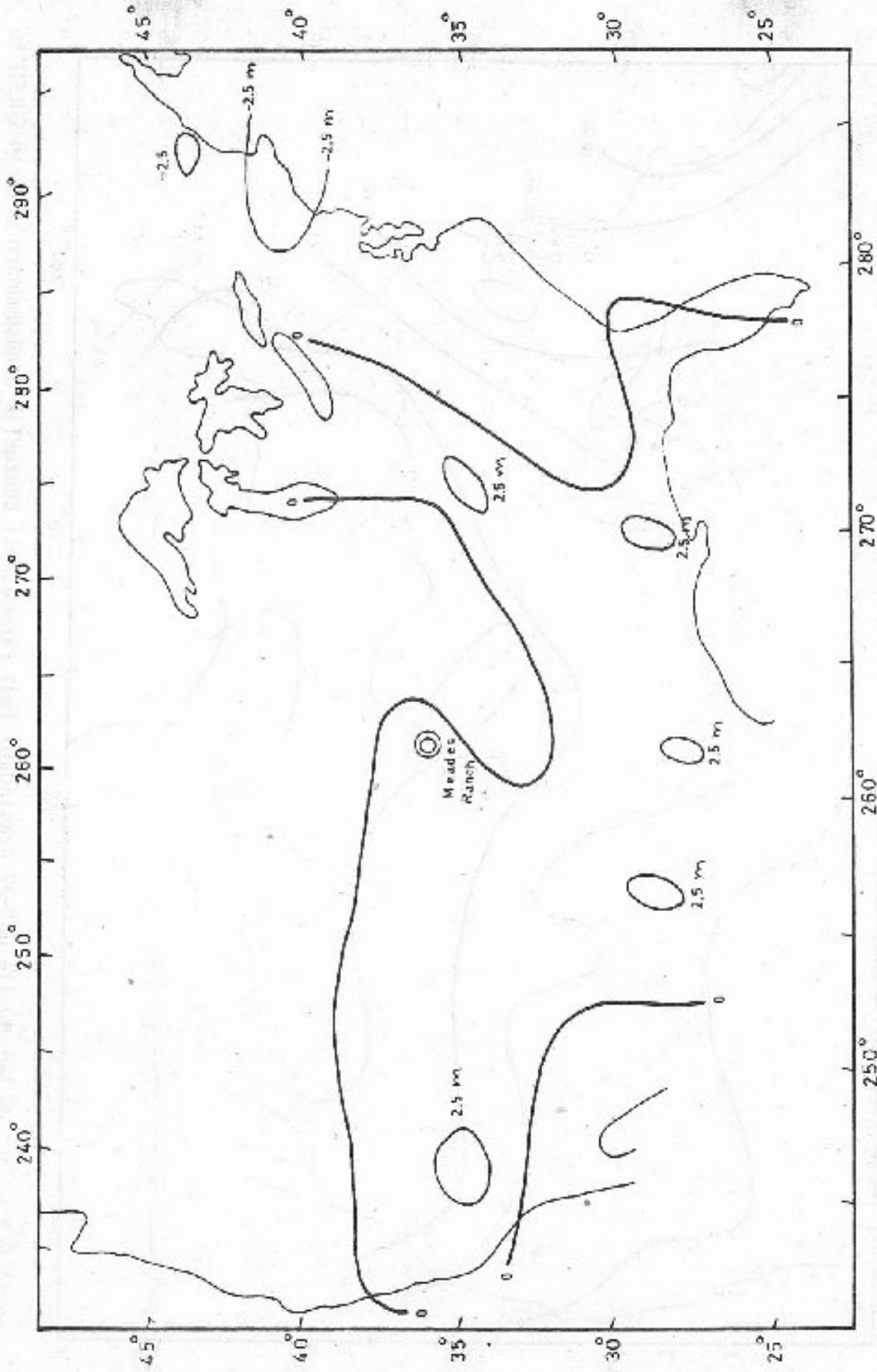


Şekil 5.2 - 136°'da NAL-90 ile NAD-27 Arasındaki Yedi Parametrelili Benzerlik Dönüşümünden bulunan BOYLAM'la

İlgili V_x Kalıntıların Eş Kalıntı Çizgileriyle Gösterimi



Şekil 5.3 - 36]'da NAD-90 ile NAD-27 Arasındaki Yedi Parametrelili Benzerlik Dönüşümünden Bulunan EİLEM'le İlgili ΔV Kalıntıların Eş Kalıntı Çizgileriyle Gösterimi



Şekil 5.4 - |36|'da NWL-9D ile NAD-9D Arasındaki Yedi Parametrelî Benzerlik Dönüşümünden Bulunan YOKSEKLİK'le İlgili $\bar{V}_h$ Kalıntılarının Eş Kalınlı Çizgileriyle Gösterimi

büyüklik olarak 2-3 metreyi aşmadıkları, hem de bu kadar açık görünen bir düzenlilik göstermedikleri saptanmıştır. Yukarıda da değinildiği gibi bu kalıntılar (jeodezik koordinatlara ait) hem büyüklik, hem de dağılımlarındaki düzenlilik bakımından bir önceki bölümde çıkarılan formül yardımıyla sayısal olarak açıklanabilirse, amaçlanan kanıtlamanın yanı sıra ağıın deformasyon nedenleri arasında burada üstünde durulanların oranı açıklanmış olacaktır.

5.1- Yöntemin Genel Çizgileri

Jeodezik koordinatlar için düşünülmüş olan (u,v,w) referans sisteminin yanı sıra, yapay yer uydu gözlemlerinin sonuçlarını temsil eden bir de $(\bar{u}, \bar{v}, \bar{w})$ referans sistemi düşünmek gerekir. [42]. Böylece,

$$\begin{vmatrix} \delta u \\ \delta v \\ \delta w \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} u - \bar{u} \\ v - \bar{v} \\ w - \bar{w} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} X - \bar{X} \\ Y - \bar{Y} \\ Z - \bar{Z} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} X - u \\ Y - v \\ Z - w \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \delta X \\ \delta Y \\ \delta Z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \delta X \\ \delta Y \\ \delta Z \end{vmatrix} \quad (5.1)$$

biçiminde bir özdeşlik alınıp

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial(\delta X)}{\partial u} & \frac{\partial(\delta X)}{\partial v} & \frac{\partial(\delta X)}{\partial w} \\ \frac{\partial(\delta Y)}{\partial u} & \frac{\partial(\delta Y)}{\partial v} & \frac{\partial(\delta Y)}{\partial w} \\ \frac{\partial(\delta Z)}{\partial u} & \frac{\partial(\delta Z)}{\partial v} & \frac{\partial(\delta Z)}{\partial w} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \frac{\partial(\delta X)}{\partial u} & \frac{\partial(\delta X)}{\partial v} & \frac{\partial(\delta X)}{\partial w} \\ \frac{\partial(\delta Y)}{\partial u} & \frac{\partial(\delta Y)}{\partial v} & \frac{\partial(\delta Y)}{\partial w} \\ \frac{\partial(\delta Z)}{\partial u} & \frac{\partial(\delta Z)}{\partial v} & \frac{\partial(\delta Z)}{\partial w} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \frac{\partial(\delta u)}{\partial u} & \frac{\partial(\delta u)}{\partial v} & \frac{\partial(\delta u)}{\partial w} \\ \frac{\partial(\delta v)}{\partial u} & \frac{\partial(\delta v)}{\partial v} & \frac{\partial(\delta v)}{\partial w} \\ \frac{\partial(\delta w)}{\partial u} & \frac{\partial(\delta w)}{\partial v} & \frac{\partial(\delta w)}{\partial w} \end{vmatrix} \quad (5.2)$$

ya da

$$\bar{\Omega} = \Omega + \tilde{\Omega} \quad (5.2a)$$

yazılabilir. Buradaki $\bar{\Omega}$, Ω ve $\tilde{\Omega}$ matrisleri, sırasıyla doğal ile doppler referans, doğal ile jeodezik referans ve jeodezik referans ile doppler referans sistemler arasındaki ilişkilere aittir. Bu özdeşlik modern istatistiksel modeller de kapsamında olmak üzere pek çok amaç için kullanılabilir. Ancak, burada ağıın başlangıç noktasından her hangi bir noktasına kadar integre edilip (u,v,w) ile $(\bar{u}, \bar{v}, \bar{w})$ arasında yedi parametrelili bir benzerlik dönüşümü uygulanacaktır. Anılan integrasyondan sonra gerekli bazı matris işlemleriyle

$$\vec{v}_p + A_p \vec{e} + \delta \vec{u}_p = \vec{0} \quad (5.3)$$

biçiminde bir eşitlik yazılabilir. Bu eşitlik görünüm olarak Leick ve Gelder'in

[36]'da verdikleri (3.46) eşitliğiyle aynıdır. $A_p \vec{t}$ vektörleri burada ve o çalışmada aynıdır.,buradaki gösterimlerle

$$A_p = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & (u_p - u_0) & 0 & -(w_p - w_0) & (v_p - v_0) \\ 0 & 1 & 0 & (v_p - v_0) & (w_p - w_0) & 0 & -(u_p - u_0) \\ 0 & 0 & 1 & (w_p - w_0) & -(v_p - v_0) & (u_p - u_0) & 0 \end{vmatrix} \quad (5.4)$$

olarak ve benzerlik dönüşümünün yedi parametresinden oluşan bilinmeyenler vektörü

$$\vec{t} = (\delta u_0, \delta v_0, \delta w_0, \Delta, \omega_u, \omega_v, \omega_w)^T \quad (5.5)$$

olarak belirlidir. $\vec{s}_p$ vektörü o çalışmada P noktasına ait her ikisi de hatalı kabul edilen doppler ve jeodezik koordinatların farkıdır.Burada ise $\vec{s}_p$ vektörü

$$\int_0^P \vec{s} d\vec{u} \quad (5.6)$$

olan belirli integralin sayısal sonucu olarak düşünülmüştür. $\vec{v}_p$ vektörüne gelince burada

$$\int_0^P \delta \vec{s} d\vec{u} \quad (5.7)$$

biçiminde bir vektör, o çalışmada ise

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \vec{v}_u \\ \vec{v}_v \\ \vec{v}_w \end{vmatrix}_p - \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \vec{v}_u \\ \vec{v}_v \\ \vec{v}_w \end{vmatrix}_0 \quad (5.8)$$

olarak belirlidir. (5.7) belirli integralinde $\delta \vec{s}$ ile gösterilen matris konuma ve/veya doğrultuya bağlı olduğu varsayılan $\vec{s}$ matrislerinin ortak kesimleri benzerlik dönüşümüyle alındıktan sonra kalan parçaları simgelemektedir.(5.1) ya da (5.2) eşitlikleri

$$\vec{s}_p - \vec{s}_0 = \int_0^P \vec{s} d\vec{u} = \int_0^P (\vec{s} - \vec{s}_0) d\vec{u} \quad (5.9)$$

biçiminde de yazılabilir.Artık Mueller'in [46]'da ileri sürdüğü varsayımlara eşdeğerde aşağıdaki somut iki varsayım sıralanabilir;

i - Doğal koordinatlarla doppler koordinatlar arasındaki farklardan oluşan

$$\int_0^P \vec{s} d\vec{u} \quad (5.10)$$

vektörlerinin ortak kesimleri yedi parametrelî, en küçük kareler yöntemi uygulanarak bir benzerlik dönüşümüyle kaldırılırsa kalan kesimler tamamen rastlantısal bir yapıdadır.

ii-Buna karşılık doğal koordinatlarla jeodezik referans koordinatlar arasındaki farklardan oluşan

$$\int_0^P \Omega d\vec{u} \quad (5.11)$$

vektörlerinin ortak kesimleri yedi parametrelî, en küçük kareler yöntemi uygulanarak bir benzerlik dönüşümüyle kaldırılırsa bile kalan kesimler, eğer ağıda bir deformasyon varsa rastlantısal bir görünümde olmayıp, örneğin [36]'nın bir sonucunu gösteren Şekil 5.2 ve Şekil 5.3'de olduğu gibi hala belirli bir düzenlilik gösterirler.

Doğal ve doppler koordinatların farklarından oluşan (5.10) vektörüyle ilgili çeşitli kuramsal düşünceler ve sayısal gösteriler tartışmalara açık bırakılıp burada (5.11) vektörüyle ilgili varsayın üzerinde uğrılacaktır. İçlerinde NWL-90'ye ait doppler istasyonları bulunan ve doppler koordinatlarıyla jeodezik koordinatlar arasında benzerlik dönüşümleri yapılmış olan NAD-27 (Kuzey Amerika Datumu 1927), ED-50 (Avrupa Datumu 1950), AUS (Avustralya Datumu), SAD-69 (Güney Amerika Datumu 1969)'a ait ağılardaki ilk grafik ve sayısal basit hazırlık denemelerinden sonra aşağıdaki adımlardan oluşan bir sayısal inceleme yolu benimsenmiştir.

Adım 1 :Ağıdaki doppler noktalarının her biri için (5.11) vektörünün sayısal değerleri bulunup bunlar $\vec{W}_p$ ile gösterilir.

Adım 2 :Bir önceki adımda elde edilen $\vec{W}_p$ vektörlerinin $\vec{T}_p$ ortak kesimleri, artık $\vec{V}_p$ kesimlerinin karelerinin toplamı minimum olacak biçimde ayrılır. Bu ortak kesimlerin ayrılması işleminde yedi parametrelî bir benzerlik dönüşümü uygulanır.

Adım 3 :Bir önceki adımdan elde edilen $\vec{V}_p$ artık vektörleriyle [36]'da verilen $\vec{V}_p$ kalıntı vektörleri karşılaştırılır.

Birinci adımda belirtilen $\vec{W}_p$ vektörü, (5.11) ile gösterilen vektör Q_p matrisi ile çarpıldıktan sonra

$$\vec{W}_p = Q_p \int_0^P \Omega d\vec{u} \quad (5.12)$$

biçiminde P noktasındaki yerel referans sistemde bileşenler olarak hesaplanır.

Bu da (4.28) ve (4.31) eşitliklerindeki integral işaretli terimle özdeştir. Ayrıca Q bir ortogonal matris olduğundan

$$I = Q_0^T Q_0$$

özdeşliği kullanılıp (4.1b), (4.3) ve (4.26) eşitliklerinden yararlanılarak (5.12) önce

$$\vec{W}_p = Q_p Q_0^T \int_0^P Q_0 \delta Q^T S d\lambda$$

biçiminde yazılıp, buradan

$$\vec{W}_p = Q_p Q_0^T \int_0^P Q_0 Q^T (Q_0 Q^T + \delta S R^T - S D R^T) S d\lambda \quad (5.13)$$

ya da

$$\vec{W}_p = Q_p Q_0^T \int_0^P Q_0 Q^T \delta S d\lambda \quad (5.13a)$$

eşitliklerine geçilir.

Bu son iki eşitlikten birisi ile bulunacak $\vec{W}_p$ vektörlerinin, ikinci adımda anılan $\vec{T}_p$ ortak kesimlerinin ayrılması amacıyla

$$\vec{U}_p - \vec{U}_0 = Q_0^T \vec{e}_{op} \quad (5.14)$$

denkleminde hareket edilir. Bu vektör eşitliğinin $\lambda_0, \phi_0, h_0, \lambda_p, \phi_p, h_p, \lambda_{op}, \phi_{op}, h_{op}$ 'ye göre türevleri alınır ve her iki taraf Q_p matrisi ile çarpılırsa

$$\vec{V}_p + \vec{T}_p - \vec{W}_p = \vec{0} \quad (5.15)$$

biçiminde bir hata denklemi elde edilir, 58. Burada

$$\vec{V}_p = \begin{bmatrix} V_\lambda \\ V_\phi \\ V_h \end{bmatrix}_p = \begin{bmatrix} -\sin\lambda & \cos\lambda & 0 \\ -\sin\phi\cos\lambda & -\sin\phi\sin\lambda & \cos\phi \\ \cos\phi\cos\lambda & \cos\phi\sin\lambda & \sin\phi \end{bmatrix}_p \begin{bmatrix} V_u \\ V_v \\ V_w \end{bmatrix}_p \quad (5.16)$$

ile belirli olup [36]'da (5.5) adıyla verilen eşitlikle özdeştir. Yine burada

$$\vec{T} = Q_p Q_0^T F_{op} \vec{e}_0,$$

$$\Delta\lambda = \lambda_p - \lambda_0,$$

$$Q_p Q_0^T = \begin{bmatrix} \cos \Delta \lambda & \sin \phi_0 \sin \Delta \lambda & -\cos \phi_0 \sin \Delta \lambda \\ [-\sin \phi_p \sin \Delta \lambda] [\cos \phi_p \cos \phi_0 + \sin \phi_p \sin \phi_0 \cos \Delta \lambda] [\cos \phi_p \sin \phi_0 - \sin \phi_p \cos \phi_0 \cos \Delta \lambda] \\ [\cos \phi_p \sin \phi_0] [\sin \phi_p \cos \phi_0 - \cos \phi_p \sin \phi_0 \cos \Delta \lambda] [\sin \phi_p \sin \phi_0 + \cos \phi_p \cos \phi_0 \cos \Delta \lambda] \end{bmatrix} \quad (5.17)$$

$$F_{op} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & e & 0 & -n & m \\ 0 & 1 & 0 & m & n & 0 & -e \\ 0 & 0 & 1 & n & -m & e & 0 \end{bmatrix}_{op} \quad (5.18)$$

$$\vec{t}_{op} = \begin{bmatrix} e \\ m \\ n \end{bmatrix}_{op} = L_{op} \begin{bmatrix} \sin \alpha \sin \beta \\ \cos \alpha \sin \beta \\ \cos \beta \end{bmatrix}_{op} = Q_0 \begin{bmatrix} u_p - u_0 \\ v_p - v_0 \\ w_p - w_0 \end{bmatrix} \quad (5.19)$$

$$\vec{t}_0 = \begin{bmatrix} (N+h)_0 \cos \phi_0 \delta \lambda_0 \\ (M+h)_0 \delta \phi_0 \\ \delta h_0 \\ (\frac{\delta z}{z})_{op} \\ \delta \phi_0 + \delta \beta_{op} \cos \alpha_{op} - (\frac{\partial(\delta \beta)}{\partial \alpha})_{op} \sin \alpha_{op} \\ -\delta \lambda_0 \cos \phi_0 - \delta \beta_{op} \sin \alpha_{op} - (\frac{\partial(\delta \beta)}{\partial \alpha})_{op} \cos \alpha_{op} \\ -\delta \lambda_0 \sin \phi_0 - \delta \alpha_{op} - (\frac{\partial(\delta \beta)}{\partial \alpha})_{op} \cot \beta_{op} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (N-h)_0 \cos \phi_0 \delta \lambda_0 \\ (M+h)_0 \delta \phi_0 \\ \delta h_0 \\ \Delta \\ (\delta \epsilon + \delta \epsilon_e)_0 \\ (-\delta \lambda \cos \phi + \delta \epsilon_m)_0 \\ (-\delta \lambda \sin \phi + \delta \epsilon_n)_0 \end{bmatrix} \quad (5.20)$$

olarak belirlidirler, 26]. (5.20) vektöründe görülen $(\delta \epsilon_e, \delta \epsilon_m, \delta \epsilon_n)_0$ ağırlık başlangıç noktasındaki yerel referans dik koordinat sisteminin sırasıyla e_0, m_0, n_0 eksenleri etrafındaki küçük dönmelerdir. Orijinali (5.3) biçiminde olan denklemin (5.15) hata denklemi biçimine getirilmesi (5.12) ifadesinin karakteri bakımından bir oranda zorunlu olmuştur. Bunun yanı sıra bu yolla zayıf bir normal denklem sisteminden sakınılmış, integrasyon basitleştirilmiş ve bulunacak $\vec{V}_p = (V_\lambda, V_\phi, V_n)_p^T$ artıklarının [36]'nın $\vec{V}_p = (\bar{V}_\lambda, \bar{V}_\phi, \bar{V}_n)_p^T$ kalıntılarıyla doğrudan karşılaştırılması olanağı doğmuştur. (5.15) hata denklemi bilinmeyenlerine göre bir başka biçimde düzenlenirse Vanicek-Wells modeli elde edilir, [67].

(5.15) hata denklemleriyle ikinci adımda gerçekleştirilecek dengeleme hesabının sonunda bulunacak $\tilde{V}_p = (V_\lambda, V_\phi, V_h)^T$ artıklarının [36]'nın $\tilde{V}_p = (\tilde{V}_\lambda, \tilde{V}_\phi, \tilde{V}_h)^T$ kalıntılarıyla hem büyüklük hem de karşılıklı korelasyon olarak karşılaştırılmaları üçüncü adımı oluşturmaktadır. Büyüklük mertebesi karşılaştırılmasında sayısal bir ölçüt vermekten özellikle kaçınılmıştır. Nedeni yanlış doğrultudaki yorumlardan sakınmaktır. Bununla beraber sezgisel olarak bazı şeyler söylenebilir. Korelasyon karşılaştırılması için elemanları

$$r(V_\lambda \tilde{V}_\lambda) = \frac{N \sum V_\lambda \tilde{V}_\lambda - (\sum V_\lambda)(\sum \tilde{V}_\lambda)}{[\sum V_\lambda^2 - (\sum V_\lambda)^2][\sum \tilde{V}_\lambda^2 - (\sum \tilde{V}_\lambda)^2]}^{1/2}$$

$$r(V_\lambda \tilde{V}_\phi) = \frac{N \sum V_\lambda \tilde{V}_\phi - (\sum V_\lambda)(\sum \tilde{V}_\phi)}{[\sum V_\lambda^2 - (\sum V_\lambda)^2][\sum \tilde{V}_\phi^2 - (\sum \tilde{V}_\phi)^2]}^{1/2} \quad (5.21)$$

vb.

formüllerle bulunacak [66], [69] ampirik

$$R(\tilde{V}\tilde{V}) = \begin{bmatrix} r(V_\lambda \tilde{V}_\lambda) & r(V_\lambda \tilde{V}_\phi) & r(V_\lambda \tilde{V}_h) \\ r(V_\phi \tilde{V}_\lambda) & r(V_\phi \tilde{V}_\phi) & r(V_\phi \tilde{V}_h) \\ r(V_h \tilde{V}_\lambda) & r(V_h \tilde{V}_\phi) & r(V_h \tilde{V}_h) \end{bmatrix} \quad (5.22)$$

matrisinden yararlanılacaktır.

5.2- NWL-90 ve NAD-27 Verileri Kullanılarak Sayısal Bir Örnek

Sayısal örnek için NAD-27'ye dayalı Amerika Birleşik Devletleri ağı seçilmiştir. Böyle bir seçim, ABD ağının Türkiye I. derece triyangülasyon ağıyla bazı küçük ayrıntılar dışında hemen hemen aynı yöntemlerle kurulmuş olması [1], [55], [70], yukarıdaki üçüncü adımda sözü edilen korelasyonun anlamlı olabilmesi için ABD ağı içine düşen istatistiksel yeterlikte NWL-90 dopler noktası bulunması ve nihayet gerekli sayısal verilerin elde edilebilme kolaylığı etken olmuştur. Gerekli sayısal

veriden anaç [36]'da uygulanan benzerlik dönüşümü ile ilgili giriş ve sonuç bilgilerine ek (5.13) ya da (5.13a) eşitliklerinin integral işareti altındaki bilgilerdir. Bu ek bilgiler aşağıdaki başlıklardan oluşmaktadır.

Doppler noktalarının jeodezik(elipsoid) koordinatları: Bunlar ya [36]'dan doğrudan doğruya ya da o çalışmada yararlanılan kaynak ve kayıtlardan alınmıştır.

Astrojeodezik çekül sapması bileşenleri: Ohio State University'den Prof Dr I.I. Mueller'in aracılığıyla National Ocean Survey adına R.J.Fury'den ABD içindeki 2528 Laplace noktasına ait astrojeodezik çekül sapmaları bileşenlerini içeren bir manyetik band alınmıştır. Bu band sayıları 2528 olan Laplace noktalarından her birinin

- a) λ_p elipsoid boylamını,
- b) ϕ_p elipsoid enlemini,
- c) $(\lambda_p - \lambda_p) \cos \phi_p$ çekül sapmasının doğu-batı bileşenini,
- d) $(\phi_p - \phi_p)$ çekül sapmasının kuzey-güney bileşenini

içermektedir. Alınan bu bandtaki verilerle [13]'de verilenler arasında yapılan örnek karşılaştırmalardan söz konusu çekül sapması bileşenlerinin jeoid yüzüne indirgenmiş olduklarını ve noktaların birinci ve ikinci derece noktalar oldukları anlaşılmıştır.

Astrojeodezik jeoid yükseklikleri: Bu bilgi için [16]'da verilen jeoid haritasının ABD parçasından yararlanılmıştır. ABD'nin doğu ve batı sahilleriyle $\phi = 30^\circ$ ve $\phi = 48^\circ$ sınırları arasında boylam ve enlemler boyunca $\Delta\lambda = 30'$, $\Delta\phi = 30'$ aralıklarla koordinat çizgileri çizilmiş ve bunların kesişme noktalarında jeoid yükseklikleri okunmuştur. Okunalar en yakın eş yükseklik eğrileri arasında doğrusal enterpolasyonla yapılmıştır.

Gerçek gravite alanının eğrilik yarıçapları (48 matrisinin elemanları)

Her ne kadar (4.31a) eşitliğinde veriler biçimiyle B matrisinin bazı sınırlı uygulamaları varsa da bunlar hem yöreseldir hem de kullanış amaçları değişiktir, [6], [7], [40], [41], [43], [47]. Bu uygulamalarda matrisin bazı elemanları sifıra eşitlenmiş böylece torsiyon terazisi ölçmeleriyle çekül sapması bileşenlerinin yatay gradiyenleri ya da düşey gravite gradiyenleri bulunmuştur. Oysa bu problemde eğrilik parametreleri, astrojeodezik çekül sapması bileşenleri ve bunların gradiyenlerinden B matrisinin elemanlarının gerçek sayısal değerlerini hesaplamak gerekmektedir. Ancak, yalnızca ABD sınırları içinde bile olsa eğrilik parametreleri için bu amaçla kullanılacak nitelikte hazır veri yoktur. Böylesine bir verinin arazi ölçüleri yaparak hazırlanması, değil bu çalışmanın, ABD içindeki ilgili kuruluşların bile gücünü aşan bir iştir. Çeşitli ülkelerde yapılacak gravite ölçülerinde yeterli biri-

kim sağlanana dek bu verilerden yararlanma olanağı yoktur.

Doğrultuların doğal yerel sistemlerden, referans yerel sistemlere indirgeme miktarları: (4.31a) ifadesinin şimdilik uygulamaya aktarılma olasılığı görünmemesi bir yana, zaten yalnızca doğrultu ve uzunluk ölçmelerine dayanan yatay kontrol açısından gelen deformasyonlar bakımından B matrisinin (4.32) eşitliğinde verilen biçiminde ele alınması daha gerçekçi olur. Bunun için ağı her noktasında Δ, ψ, ι, ν değerlerine gereksinime vardır. Ancak atmosferik refraksiyondaki belirsizlikler nedeniyle düşey kontrol için bile başucu açısı ölçmelerinden kaçınılır. Dolayısıyla, bunların indirgenmeleri de yapılmaz. Bu nedenle de μ ve ν 'nün hesaplanmasında başucu açılarına ait indirgemeler ve bunların gradienleri sıfır alınmak gerekir. Eğer μ ve ν böyle hesaplanır Δ elemanı da sıfır olarak alınırsa (5.13a) vektör eşitliğinin üçüncüsü, Molodenski düzeltmesini de içeren ünlü astrojeodezik nivelman denklemini verir. NAD-27'nin düşey kontrolü için yalnız ABD sınırları içinde Kuzey Amerika astrojeodezik jeoidinin Molodenski düzeltmeleri ile yenilenmesi ilgili bir uygulama örneği olarak düşünülebilir, [16]. Diğer taraftan ağılardaki belirli noktalarda azimut gözlemleri ve dolayısıyla bunların indirgenmeleri çoğunlukla yapılır. İndirgenmiş bir astronomik azimuta, bilindiği gibi uygulamada, Laplace azimutu denir. Laplace azimutu ile yatay kontrolün dengelenmesinden sonra bulunan jeodezik azimut arasındaki fark, yani (4.23) eşitliklerinde ψ miktarı, Laplace kapanması olarak bilinir. Şu andaki ülke ya da kıta büyüklüğündeki tüm ağılarda, dengelemeye bu koşul bir oranda sokulmuş olsa bile, ve ağı yeteri doğrulukla yöneltilmiş olsa bile, bu kapanmaların gözleme hatalarıyla açıklanamayacak boyutlara ulaştığı gösterilebilir, [25], [27], [62], [63]. Sayısal örnek için seçilmiş olan ağı içinde 2500 dolaylarında noktada gözlenmiş astronomik azimut olmasına karşın [25], [27], [62] örneklerinde olduğu gibi Laplace kapanmaları hesaplanmış değildir. National Geodetic Survey'in bilgisayar için hazırlanmış kayıtları olmasına rağmen farklı hedef noktası alınma, dışmerkezli gözlemler vb. nedenlerle kayıtların tek tek insan elinden geçirilmesi gibi bu çalışmanın boyutlarını aşan yüklü bir iş olacağına kapanmaların hesaplanmasına girililmemiştir. Tüm bu nedenlerle burada (4.23) eşitliğinde verilen ψ, μ, ν değerlerinin ya kendileri ya da indirgeme miktarlarıyla bunların gradienleri sıfıra eşit alınmıştır.

Aynı datumdan kaynaklanan astrojeodezik çekül sapması bileşenleriyle jeoid yüksekliklerinin kendi aralarında uyumlu olmaları gereği açıktır. Bunun yanı sıra, ilk hazırlık deneylerinde, (5.13a) eşitliğinin integral işareti altındaki B matrisinin jeoidin genel dalgalanmalarını yansıtmayı gerektiği sonucuna varılmıştır. Bu nedenle de, ne National Ocean Survey'den alınan çekül sapması bileşenleri ne de jeoid haritasından okunan jeoid yükseklikleri oldukları gibi kullanılmamışlardır. Jeoid

yükseklikleri için

$$\frac{z}{R} = \sum_{i=0}^9 \sum_{j=0}^9 x^i y^j C_{ij} \quad (5.23)$$

biçiminde iki boyutlu dokuzuncu dereceden bir polinom yazılmış ve bunun x, y değişkenlerine göre türevleri olan

$$n = - \sum_{i=1}^9 \sum_{j=0}^9 i x^{i-1} y^j C_{ij} \quad (5.24)$$

$$\xi = - \sum_{i=0}^9 \sum_{j=1}^9 j x^i y^{j-1} C_{ij} \quad (5.25)$$

eşitlikleri çekül sapması bileşenleri olarak düşünülmüştür.[60]. Burada z, n, ξ koordinatları λ, ϕ , olan bir noktadaki jeoid yüksekliği ile çekül sapması bileşenleridir. Eşitliklerdeki R referans elipsoid için ortalama bir yarıçapı, C_{ij} ($i, j=0, 1, 2, \dots, 9$) polinomun katsayılarını ve λ_0, ϕ_0 başlangıç noktasının koordinatları olmak üzere

$$x = (\lambda - \lambda_0) \cos \phi_0, \quad (5.26)$$

$$y = \phi - \phi_0 \quad (5.27)$$

değişkenlerini göstermektedir. National Ocean Survey'in astrojeodezik çekül sapması verileri ve [16]'nın haritasından 0.1 m incelikte okunan jeoid yükseklikleri bir arada kullanılarak; a) tüm ABD için, b) ABD'nin batı yarısı için, c) ABD'nin doğu yarısı için ayrı ayrı yüzler adetten oluşan katsayı takımları en küçük kareler yöntemiyle bulunmuştur. Çizelge 5.1 bu hesaplamaların özetini göstermektedir. Verilerin böylesine bir işlemle olgunlaştırılması çekül sapması bileşenlerini, dağılımda ılımlı (smooth), jeoid yükseklikleriyle uyumlu kılmıştır. Ayrıca, olgunlaştırılan ve birbirleriyle uyumlu kılınan çekül sapması bileşenleri ve jeoid yükseklikleri için analitik bir ifade elde edilmiş, böylece integrasyon işlemi kolaylaştırılmıştır.

Bölge	Laplace Nokta Sayısı	$\sum \zeta^2$ Original Değerler m ²	$\sum v_{\zeta}^2$ Atılan Değerler m ²
Tüm ABD	2239	203855.6	12378.2
ABD-Batı	1269	184254.1	8978.5
ABD-Doğu	970	19601.5	2990.9

Çizelge 5.1 - NAD-27'nin ABD Bölgesindeki
Astrojeodezik Jeoidin iki Boyutlu Dokuzuncu
Dereceden Bir Polinomla Tanımlama İşleminin Özeti

B matrisi uygun ise (5.13a)'e eşitliğindeki integral, integrasyon yolundan bağımsız olur. Bu da ancak (4.19) koşullarının ya tümünün bir arada düşünülmesiyle, ya da (4.16)'dakilerle uygun kombinasyonlarının sağlanmasıyla olasıdır. Pek çok jeodezik problemde (u, v, w) ile (X, Y, Z) sistemlerinin eksenlerinin karşılıklı paralellliği ve sabit bir ölçek farkı, bir başka deyişle (4.19) koşullarının birincisi ile (4.16) koşullarının son üçünün sağlanması istenir. Böylesine bir durumda, B matrisi iki parça olarak düşünülür. Bunlardan birincisi sabit bir diyagonal matris, ikincisi de gözleme hatalarından oluşur. Sabit skaların integral dışına alınması ve gözleme hatalarının en küçük kareler yöntemiyle elenmesi sonucu B matrisi bir birim matris olarak kalır. Böylece integrasyon yolundan bağımsız bir integral elde edilmiş olunur. Kuşkusuz, böylesine planlamalar indirgemelerin yeterli incelikte yapılmasını gerektirir. Yoksa yine de integrasyon yoluna bağımlılıktan kurtulunamaz. Bazı Avrupa ülkelerinin ağılarındaki, bu arada hala geniş bir kullanıcı çevresine sahip ED-50'nin (Avrupa Datumu 1950) yatay kontrolünü oluşturan ağıdaki Laplace kapanmalarının gözle görülen düzenliliği B matrisinin bir elemanının konuma bağıllığına açık bir örnektir, [25], [62]. Dengeleme hesabında (4.16) ya da (4.19) koşullarının tümü bir arada ele alınamamış olmasının doğal bir sonucu olan bu görünüm, ağıın deformasyonunu sergilemektedir. NAD-27'nin ABD ağı içindeki belirsizlikler de hemen hemen

aynıdır, [1], [9], [70]. Bazılar referans elipsoide değil jeoide indirgenmiş ve referans elipsoidiyüzündeki dengeleme sırasında sabit tutulmuşlardır. Laplace azimut koşulunun basitleştirilmiş biçimi zincirlerin kendi bağımsız dengelemelerinde ayrı ayrı dikkate alınmış ve bunların yalnızca ilk yöneltimlerinde kullanılmıştır. Zincirlerin bağlanarak poligonların oluşturulmasında bu koşul gözardı edilmiş, başka bir deyişle Laplace azimutları bundan sonraki dengeleme aşanalarında artık sabit tutulmuşlardır, [1]. Tüm bunlara üstelik, ağa yeni ekler yapılırken önceki noktalar sabit tutulmuşlardır, [9]. Bu ve benzeri tüm gerçekler dikkate alındığında, (4.16) ya da (4.19) biçimindeki koşulların birarada sağlanmamış olmasıyla NAD-27'nin ABD yatay kontrol ağıının önemli bir ölçüde deformasyona uğramış olacağı sonucu çıkarılır. Ek ölçme, gözleme ve/veya hesaplamalar olmaksızın (4.16) ya da (4.19) koşullarının birarada dikkate alınmamasıyla tam yapılamayan indirgemelerin ve hesaplamalardaki yaklaşıklıkla koordinatlara etkisinin kesinlikle formülüze edilebilmesi olanaksızdır. Buradabazı varsayımlarla oldukça basit bir yol izlenmiş ve denemelerle bazı ipuçları yakalanmıştır. Bu amaçla (4.23), (4.32), (5.23), (5.24) ve (5.25) eşitliklerinden yararlanılarak B matrisinin elemanları ^{noktasının} alternatif kabul ^{alternatif kabul} biçiminde analitik fonksiyonlar olarak ifade edilmişlerdir. Bu kabullerin olası düzenlemelerinin sonuçlarıyla [36]'nın sonuçlarının karşılaştırma denemeleri yapılmıştır. Çizelge 5.2 kabul edilen fonksiyonu ve bunun indirgeme ve hesap yaklaşıklığı gerçeklerini ^{alternatif ve kabullerin} yansıtan ~~ve almasıklarını~~ göstermektedir. Çizelge 5.3 ise bu ~~ve almasıkların~~ ^{kabullerin} karşılaştırma denemelerinde uygulanan olası düzenlemelerini göstermektedir. Ancak, kabul edilen bu fonksiyonların bu düzenlemeleriyle ortaya çıkacak tüm B matrisleri (5.13a) eşitliğindeki integrali yola bağımlı kılmaktadır. Bu nedenle de, denemeler için uygun bazı integrasyon yollarının seçimi gerekmiştir. İlk hazırlık denemelerinde boylamlar ve enlemler boyunca ya da sabit azimut izlenerek saptanacak belirli altı yolun denemeye değer olduğunu göstermiştir. Çizelge 5.4 bu altı yolu şematik olarak göstermektedir. Tüm hesaplamalar bilgisayarda yapıldığından (5.13a) eşitliğiyle $\vec{W}_p$ vektörünün elde edilmesinin programlanmasını basitleştirecek bazı yaklaşıklıklara gidilmiştir. Taylora göre açınımalarında iki ve yukarı derece terimler gözardı edilerek

$$\cos \Delta\lambda = 1$$

$$\cos \phi \sin \Delta\lambda = \cos \phi \Delta\lambda = x$$

$$\sin \phi \cos \phi_0 - \cos \phi \sin \phi_0 = \sin \Delta\phi = \Delta\phi = y$$

$$\cos \phi \cos \phi_0 + \sin \phi \sin \phi_0 = \cos \Delta\phi = 1$$

$$\sec \phi = \sec \phi_0 (1 + y \tan \phi_0)$$

$$\tan \phi = \tan \phi_0 + y \sec^2 \phi_0$$

$$\cos \phi d\lambda = dx$$

$$d\phi = dy$$

$$1/k_1 = 1/k_2 = R$$

olarak alınmış, böylece

$$Q_0 Q^T = \begin{vmatrix} 1 & -x(\tan\phi_0 + y\sec^2\phi_0) & x \\ x\tan\phi_0(1 + y\tan\phi_0) & 1 & y \\ -x(1 + y\tan\phi_0) & -y & 1 \end{vmatrix} \quad (5.28)$$

$$Sd\vec{x} = \begin{vmatrix} Rdx \\ Rdy \\ dH \end{vmatrix} \quad (5.29)$$

yaklaşıklıkları kullanılmıştır. Çizelge 5.2'de verilen fonksiyonlarla oluşturulacak B matrisinin de

$$B = \begin{vmatrix} k_{\Delta} \sum_{i=0}^9 \sum_{j=0}^9 x^i y^j C_{ij} & k_{\alpha} (\tan\phi_0 - y\sec^2\phi_0) \sum_{i=1}^9 \sum_{j=0}^9 ix^{i-1} y^j C_{ij} & k_{\Delta} \sum_{i=0}^9 \sum_{j=0}^9 x^i y^j C_{ij} & k_{\beta} \sum_{i=0}^9 \sum_{j=1}^9 jx^i y^{j-1} C_{ij} \\ -k_{\alpha} (\tan\phi_0 + y\sec^2\phi_0) \sum_{i=1}^9 \sum_{j=0}^9 ix^{i-1} y^j C_{ij} & k_{\Delta} \sum_{i=0}^9 \sum_{j=0}^9 x^i y^j C_{ij} & k_{\Delta} \sum_{i=0}^9 \sum_{j=0}^9 x^i y^j C_{ij} & k_{\beta} \sum_{i=0}^9 \sum_{j=1}^9 jx^i y^{j-1} C_{ij} \\ k_{\beta} \sum_{i=1}^9 \sum_{j=0}^9 ix^{i-1} y^j C_{ij} & k_{\Delta} \sum_{i=0}^9 \sum_{j=0}^9 x^i y^j C_{ij} & k_{\Delta} \sum_{i=0}^9 \sum_{j=0}^9 x^i y^j C_{ij} & k_{\beta} \sum_{i=0}^9 \sum_{j=1}^9 jx^i y^{j-1} C_{ij} \\ -k_{\beta} \sum_{i=1}^9 \sum_{j=0}^9 ix^{i-1} y^j C_{ij} & -k_{\alpha} \sum_{i=0}^9 \sum_{j=1}^9 jx^i y^{j-1} C_{ij} & k_{\Delta} \sum_{i=0}^9 \sum_{j=0}^9 x^i y^j C_{ij} & \\ -k_{\beta} \sum_{i=0}^9 \sum_{j=1}^9 jx^i y^{j-1} C_{ij} & k_{\Delta} \sum_{i=0}^9 \sum_{j=0}^9 x^i y^j C_{ij} & & \end{vmatrix} \quad (5.30)$$

biçimini alacağı ve buradaki C_{ij} ($i, j=0, 1, \dots, 9$) katsayılarının daha önceden belirlenmiş oldukları düşünülürse hesaplama işleminin bilgisayarda programlanmasının ne oranda basitleseceği görülür. Integral işareti altındaki dH ile ilgili terimin çok küçük bir etkiyle soruna katılacağı ilk bakışta farkedilebilir. Bununla beraber, birkaç deneme hesabı yine de yapılmış ve $\vec{W}_p$ vektörüne bu terimin ancak santimetre mertebesinde katkısı olduğu görülmüştür. Buna dayanılarak da hesaplamalardan çıkarılmıştır. Paragraf 5.1'de önerilen uç adımdaki işlemler ilkin tüm ABD, ABD-Batı ve ABD-Doğu için birbirinden bağımsız olarak belirlenen C_{ij} katsayıları kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Başka bir deyişle ABD ağının tümü ve bunun batı

ve doğu parçaları [36]'da olduğu gibi ve aynı gerekçelerle ayrı birer ağ olarak alınmıştır. Sonuçta ABD-Batı ve ABD-Doğu bağımsız birer ağ gibi düşünüldüklerinde bunlara ait $\vec{V}_p = (V_\lambda, V_\phi, V_h)^T$ artıklarıyla [36]'nın $\vec{V}_p = (V_\lambda, V_\phi, V_h)^T$ kalıntıları büyüklük mertebesi bakımından aynı olmasına karşılık $R(\vec{V}\vec{V})$ matrislerinde gözlenebilen en büyük korelasyon % 40 dolaylarındadır ve çoğunluğu % 20 oranını aşmamaktadır. Ancak tüm ABD ağı için büyük korelasyonun yanı sıra $R(\vec{V}\vec{V})$ matrislerinde % 80 oranına ulaşan otokorelasyon (matrislerin ana diyagonalini oluşturan korelasyonlar) ile % 83 oranına ulaşan çapraz korelasyon (ana diyagonalin dışındaki korelasyonlar) gözlemlenmiştir. Yüksek otokorelasyon zaten bir beklentiydi, ancak yüksek çapraz korelasyonun hem de otokorelasyonu aşan bir oranda ortaya çıkışı ağın deformasyonu ve homojenliğiyle ilgili yeri düşüncelere bir çağrı olmuştur. Ortaya çıkan bu durumu açıklama amacıyla [36]'nın tüm ABD ağına ait yedi parametrelili çözümünden elde edilmiş kalıntılarla $R(\vec{V}\vec{V})$ matrisleri hesaplanmıştır. Söz konusu 76 doppler noktasından 3 tanesi katsayıları belirlenen polinomun geçerli olduğu alanın dışında kaldıklarından 73 noktadaki veriler kullanılmıştır. Ampirik korelasyon matrisleri tüm ABD için 73 doppler noktasından

$$R(\vec{V}\vec{V})_{ABD} = \begin{bmatrix} 1.00 & -.39 & .19 \\ -.39 & 1.00 & -.46 \\ .19 & -.46 & 1.00 \end{bmatrix},$$

ABC-Batı için 31 doppler noktasından

$$R(\vec{V}\vec{V})_{Batı} = \begin{bmatrix} 1.00 & -.09 & -.07 \\ -.09 & 1.00 & -.28 \\ -.07 & -.28 & 1.00 \end{bmatrix},$$

ABD-Doğu için 42 doppler noktasından

$$R(\vec{V}\vec{V})_{Doğu} = \begin{bmatrix} 1.00 & -.69 & .40 \\ -.69 & 1.00 & -.55 \\ .40 & -.55 & 1.00 \end{bmatrix}$$

olarak bulunmuştur. Yukarıda görülen iki matristeki anlamlı çapraz korelasyonların da ışığında bu kez denemelerde yalnız tüm ABD için belirlenen C_{ij} katsayıları kullanılarak birinci ve ikinci adımlar yinelenmiştir, ancak korelasyon matrisleri tüm ABD ABD-Doğu ve ABD-Batı için ayrı ayrı hesaplanmıştır. Çizelge 5.5 B matrisinin ele-

manlarının almasıklarına ait Çizelge 5.3'de gösterilen tüm düzenlemeleriyle(yedi adet) Çizelge 5.4'de gösterilen altı belirlili integrasyon yolunun birlikte yapılan düzenlemelerinin(kırkiki adet) verdiği sonuçları göstermektedir. Korelasyonun yanı sıra sezgisel büyüklük karşılaştırmalarının yapılabilmesi için çizelgeye her denemede bulunan en büyük ve en küçük artıklar ile [36]'nın en büyük ve en küçük kalıntıları ve her denemede bulunan tüm ABD, ABD-Batı ve ABD-Doğu ağlarına ait $R(\bar{V})$ matrisleri konmuştur. Bu çizelge incelendiğinde hem bu çalışmada savunulan kavram ve kuramlar için hem de IAD-27'nin ABD kesimini oluşturan ağıın deformasyonu için çok yönlü ve anlamlı yorumlar yapılabileceği görülür. Bu özel ağıın kendine özgü deformasyonlarıyla ilgili yorumlar bir yana bırakılırsa ve çalışmanın ana amacına yönelinirse Çizelge 5.5 ile sergilenen deneme sonuçlarının aşağıdaki gerçeği vurguladığı söylenebilir. (4.32) eşitliğinde verilen B matrisinin elemanları eğer bir ağda varsayım ve kabullere gidilmeksizin doğrudan doğruya ölçme, gözleme ve hesaplamalar yardımıyla konuma bağlı fonksiyonlar biçiminde tanımlanabilirse ve eğer bu fonksiyonlar (5.13a) integrasyonunu yoldan bağımsız kılıyorsa o ağdaki deformasyonlar, nedenlerine ve kaynaklarına inilmeksizin ve yapay uydu gözlemlerine gerek kalmaksızın gerçek miktarlarıyla bulunabilirler. Bir başka deyişle, amaç elveriyorsa ağla ilgili hesaplamaları yeni baştan yinelemeye gerek yoktur. Yalnız yükseklik için pratikte uygulanan Molodenski düzeltmesi bunun tam bir örneğidir. B matrisinin elemanları ağıın her noktasında gerçekci miktarlarıyla saptandıktan sonra yukarıda önerilen işlemin ilk iki adımı uygulanır. İkinci adım sonunda bulunacak $\bar{T}_p$ vektörleri, benimsenmiş olan referans elipsoidin biçimi, boyutu ve konumu (datum) ile ilgili değişiklikleri içerir. Elipsoidin biçimi boyutu ve konumu değiştirilmek istenmezse eski koordinatlara yalnızca $\bar{V}_p$ artıkları düzeltme olarak getirilerek ağ indirgemelerin etkileri bakımından homojen bir duruma getirilir. Burada en önemli sorun, ağıın her noktasında B matrisinin elemanlarının gerçek miktarlarının bulunmasıdır. Gerekirse bunun için ek açı ve uzunluk ölçmelerinin yanı sıra gravite ya da torsiyon terazisi ölçmelerinden de yararlanılabilir.

Çizelge 5.5 ile özet olarak sergilenen kırkiki denemeden bir tanesini, ayrıntıları ile birlikte sunmakta yarar vardır. Bu amaç için, içinde otokorelasyon en yüksek (% 92) olan deneme seçilmiştir. Bu denemenin birinci adımında, $\bar{W}_p$ vektörlerinin hesabında ağ kurulurken açı ölçme ve gözlemlerine ait hiç bir indirgemenin yapılmadığı, tüm uzunluk ölçme sonuçlarının jeoidde indirgenmiş olduğu (Çizelge 5.3'de 4 numaralı düzenleme: $k_\lambda = 1.0$, $k_\alpha = 1.0$, $k_\beta = 1.0$) kabulüyle sabit azimutlu bir integrasyon yolu (Çizelge 5.4'de 3 numaralı integrasyon yolu) izlenmiştir. Çizelge 5.6 5.7 ve 5.8 sonuçları vermektedir.

B matrisinin elemanları için kabul edilen konuma bağlı fonksiyonlar	Matrisin elemanları Elemanların uç almasıyla ilgili gerekçe ve sabitler
$\Delta = k_{\Delta} \sum_{i=0}^q \sum_{j=0}^q x^i y^j C_{ij}$	$k_{\Delta} = 0.0$: Uzunluk ölçüleri referans elipsoide tam indirgenmişse, $k_{\Delta} = 1.0$: Uzunluk ölçüleri jeoid yüzeyine indirgenmiş ve hesaplamalar referans elipsoid yüzünde yapılmışsa,
$\psi - \nu . \cot \beta = k_{\alpha} . \tan \phi \sum_{i=1}^q \sum_{j=0}^q i x^{i-1} y^j C_{ij}$	$k_{\alpha} = 0.0$: Yatay doğrultu gö. ölçülerinin doğal yerel sistemlerinden referans sistemlerine indirgenmeleri yapılmışsa, $k_{\alpha} = 1.0$: Yatay doğrultu gözlemlerinin doğal yerel sistemlerden referans yerel sistemlerine indirgenmeleri göz ardı edilmişse,
$\mu . \sin \alpha + \nu . \cos \alpha = k_{\beta} \sum_{i=1}^q \sum_{j=0}^q i x^{i-1} y^j C_{ij}$ $\mu . \cos \alpha - \nu . \sin \alpha = k_{\beta} \sum_{i=0}^q \sum_{j=1}^q j x^i y^{j-1} C_{ij}$	$k_{\beta} = 0.0$: Düşey doğrultu gözlemleri yapılmış ve bunlar doğal yerel sistemlerden referans yerel sistemlere tam olarak indirgenmişse, $k_{\beta} = 1.0$: Düşey doğrultu gözlemleri hiç yapılmamışsa,

Çizelge 5.2 - B Matrisinin Elemanları İçin Kabul Edilen Konuma Bağlı Analitik Fonksiyonlar ve Bunların Uç almasıyla İlgili Sabit ve Gerekçeler

Sabitler	Düzenleme Numarası						
	1	2	3	4	5	6	7
k_{Δ}	1.0	0.0	0.0	1.0	1.0	1.0	0.0
k_{α}	0.0	1.0	0.0	1.0	1.0	0.0	1.0
k_{β}	0.0	0.0	1.0	1.0	0.0	1.0	1.0

Çizelge 5.3 - B Matrisinin Elemanları için Çizelge 5.2'de Verilen Sabitlerin Olası Düzenlemeleri

Yol Numarası	İntegrasyon Yolu için Şemalar
1	
2	
3	
4	
5	
6	

Çizelge 5.4 - (5.13a) Formülüyle $\vec{W}$ Vektörü Hesabı İçin Seçilmiş İntegrasyon Yolları ve Bunlara Verilen Numaralar

Düzenleme Numarası = 1 ($k_{\Delta} = 1.0$, $k_{\alpha} = 0.0$, $k_{\beta} = 0.0$)											
İntegrasyon Yolu Numarası	$V_{\lambda}(\max)$	$V_{\lambda}(\min)$	$\tilde{V}_{\lambda}(\max) = 6.32 \text{ m}$ $\tilde{V}_{\phi}(\max) = 12.46 \text{ m}$ $\tilde{V}_h(\max) = 3.50 \text{ m}$ $\tilde{V}_{\lambda}(\min) = -12.82 \text{ m}$ $\tilde{V}_{\phi}(\min) = -4.83 \text{ m}$ $\tilde{V}_h(\min) = -3.10 \text{ m}$								
	$V_{\phi}(\max)$	$V_{\phi}(\min)$	Tüm ABD için			ABD-Batı için			ABD-Doğu için		
	$V_h(\max)$	$V_h(\min)$	$R(\tilde{V}\tilde{V})$			$R(\tilde{V}\tilde{V})$			$R(\tilde{V}\tilde{V})$		
	(m)	(m)	N = 73			N = 31			N = 42		
1	.97	-2.50	.70	-.48	.24	.82	-.38	.12	.76	-.85	.54
	2.10	-2.08	.12	-.17	.14	-.10	.26	-.07	.67	-.73	.49
	.30	.21	.37	-.21	.16	-.32	-.05	-.05	.53	-.57	.33
2	1.70	-3.09	.67	-.26	.14	.83	-.14	.02	.63	-.48	.36
	.39	-.37	-.11	-.22	.11	.03	-.58	.15	.15	.00	.20
	.26	-.24	.38	-.51	.40	-.20	-.46	.33	.67	-.76	.53
3	1.53	-2.75	.67	-.25	.15	.83	-.12	.04	.69	-.57	.41
	.69	.79	.04	-.42	.28	-.26	-.23	.21	.53	-.57	.41
	.18	-.22	.49	-.47	.35	-.09	-.55	.28	.71	-.76	.50
4	1.13	-1.06	.29	.23	-.09	.43	.38	-.18	.19	.14	-.01
	1.32	-2.27	-.15	.14	-.12	.11	-.35	.09	-.72	.83	-.50
	.11	-.28	.00	-.49	.39	.03	-.57	.47	.50	-.61	.55
5	1.21	-.85	.12	.44	-.16	.30	.60	-.18	.00	.38	-.16
	1.12	-2.34	-.14	.00	-.03	.03	-.38	-.15	-.74	.81	-.51
	.09	-.22	.07	-.42	.28	.24	-.56	.37	.46	-.48	.45
6	.55	-.64	.46	-.18	.06	.51	-.19	-.11	-.39	-.20	.19
	.52	-.39	-.13	.47	-.33	.38	-.09	-.19	-.64	.77	-.44
	.08	-.12	-.10	-.36	.36	-.32	-.30	.36	.36	-.55	.47

Çizelge 5.5 - Çeşitli İndirgeme Kabulleriyle Çeşitli İntegrasyon Yollarından Bulunan $\tilde{V}_p$ Vektörlerinin Yedi Parametrelili Bir Benzerlik Dönüşümüyle Alınan $\tilde{T}_p$ Parçalarından Artan $\tilde{V}_p$ Vektörlerinin [36]'nın $\tilde{V}_p$ Kalıntılarıyla Karşılaştırmalarına İlişkin Ampirik Korelasyonlar.

Düzenleme Numarası = 2 ($k_{\Delta} = 0.0$, $k_{\alpha} = 1.0$, $k_{\beta} = 0.0$)											
İntegrasyon Yolu Numarası	$V_{\lambda}(\max)$	$V_{\lambda}(\min)$	$\tilde{V}_{\lambda}(\max) = 6.32 \text{ m}$ $\tilde{V}_{\lambda}(\min) = -12.82 \text{ m}$			$\tilde{V}_{\phi}(\max) = 12.46 \text{ m}$ $\tilde{V}_{\phi}(\min) = -4.83 \text{ m}$			$\tilde{V}_h(\max) = 3.50 \text{ m}$ $\tilde{V}_h(\min) = -3.10 \text{ m}$		
	$V_{\phi}(\max)$	$V_{\phi}(\min)$	Tüm ABD için $R(\vec{V})$ N=73			ABD-Batı için $R(\vec{V})$ N=31			ABD-Doğu için $R(\vec{V})$ N=42		
	$V_h(\max)$ (m)	$V_h(\min)$ (m)									
1	8.77	-10.10	-.03	.14	-.18	.24	-.38	-.13	-.44	.51	-.26
	7.48	-9.25	.58	-.29	.23	.82	-.34	.21	.29	-.43	.40
	5.30	-1.81	-.46	-.67	-.36	-.23	.54	-.19	-.72	.77	-.49
2	5.24	-2.72	.02	.61	-.38	.29	.78	-.33	-.42	.55	-.50
	11.04	-19.79	.66	-.32	.28	.86	-.12	.19	.68	-.87	.63
	1.94	-1.23	-.32	.80	-.49	-.11	.87	-.40	-.65	.80	-.61
3	7.30	-2.42	.17	.31	-.20	.33	.41	-.20	-.26	.31	-.31
	11.12	-14.56	.69	-.36	.25	.86	-.27	.17	.76	-.87	.63
	1.94	-1.54	-.36	.83	.50	-.14	.89	-.39	-.68	.81	.60
4	14.00	-8.97	.04	.18	-.02	-.08	.67	-.03	.27	-.28	.00
	4.00	-11.19	.23	-.18	.12	.25	.45	-.01	.46	-.54	.29
	3.27	-5.24	.37	-.30	.11	.19	-.03	.04	.51	-.56	.27
5	8.26	-8.46	.12	.03	.08	-.02	.61	.00	.42	-.50	.19
	4.08	-5.96	.36	-.23	.09	.38	.12	-.07	.49	-.46	.24
	2.90	-4.89	.35	-.26	.10	.19	-.04	-.03	.56	-.50	.23
6	5.74	-5.26	-.20	.37	-.23	-.13	.26	-.07	-.46	.64	-.54
	2.56	-5.23	-.11	.14	.08	-.06	.50	.06	.02	-.35	.23
	.37	-.42	.42	-.45	.22	.16	.07	-.13	.79	-.81	.50

Çizelge 5.5 - Devam

İntegrasyon Yolu Numarası	Düzenleme Numarası = 3 ($k_A = 0.0$, $k_\alpha = 0.0$, $k_B = 1.0$)							
	$V_\lambda(\max)$	$V_\lambda(\min)$	$\tilde{V}_\lambda(\max) = 6.32 \text{ m}$	$\tilde{V}_\phi(\max) = 12.46 \text{ m}$	$\tilde{V}_h(\max) = 3.50 \text{ m}$	$\tilde{V}_\lambda(\min) = -12.82 \text{ m}$	$\tilde{V}_\phi(\min) = -4.83 \text{ m}$	$\tilde{V}_h(\min) = -3.10 \text{ m}$
	$V_\phi(\max)$	$V_\phi(\min)$	Tüm ABD için		ABD-Batı için		ABD-Doğu için	
	$V_h(\max)$ (m)	$V_h(\min)$ (m)	$R(\vec{V}\vec{V})$ N=73		$R(\vec{V}\vec{V})$ N=31		$R(\vec{V}\vec{V})$ N=42	
1	1.19	-1.57	.69	-.62 .41	.66	-.27 .09	.70	-.79 .56
	1.89	-1.67	.68	-.55 .32	.74	-.14 .11	.69	-.81 .46
	31.63	-15.99	-.66	.22 -.23	-.82	-.03 -.07	-.55	.78 -.65
2	1.19	-1.99	.49	-.75 .45	.15	-.56 .24	.69	-.92 .59
	1.20	-2.94	.67	-.56 .36	.69	.21 .06	.75	-.84 .49
	31.40	-15.92	-.66	.22 -.24	-.83	-.02 -.07	-.55	.78 -.65
3	1.27	-2.14	.59	-.74 .45	.33	-.65 .22	.71	-.91 .59
	1.60	-2.36	.72	-.52 .33	.77	.18 .00	.75	-.85 .50
	31.43	-15.92	-.66	.22 -.23	-.83	-.02 .07	-.55	.77 .65
4	1.57	-1.70	.20	-.27 .11	-.33	-.38 .18	-.06	-.21 .03
	1.82	-1.63	.22	-.21 .18	-.13	.33 -.06	.77	-.83 .50
	.80	-.23	.00	.23 -.21	.00	.41 -.33	-.28	.04 -.13
5	1.16	-1.73	-.07	-.42 .16	-.21	-.55 .19	.10	-.44 .17
	1.84	-.92	.19	-.05 .07	-.04	.36 -.13	.76	-.78 .50
	.78	-.20	.04	.17 .13	-.05	.48 -.28	.08	-.37 .11
6	.45	-.57	-.38	.10 -.03	-.48	.13 .09	-.24	.09 -.14
	.37	-.59	.20	-.51 .35	-.39	.08 .22	.70	-.79 .44
	.22	-.10	-.10	.28 .32	.14	.06 -.34	-.57	.54 -.36

Çizelge 5.5 - Devam

Düzenleme Numarası = 4 ($k_{\Delta} = 1.0$, $k_{\alpha} = 1.0$, $k_{\beta} = 1.0$)								
İntegrasyon Yolu Numarası	$V_{\lambda}(\max)$	$V_{\lambda}(\min)$	$\tilde{V}_{\lambda}(\max) = 0.32 \text{ m}$ $\tilde{V}_{\lambda}(\min) = -12.82 \text{ m}$			$\tilde{V}_{\phi}(\max) = 12.46 \text{ m}$ $\tilde{V}_{\phi}(\min) = -4.83 \text{ m}$		
	$V_{\phi}(\max)$	$V_{\phi}(\min)$	Tüm ABD için			ABD-Batı için		
	$V_n(\max)$ (m)	$V_n(\min)$ (m)	$R(\tilde{V})$ N=73			$R(\tilde{V})$ N=31		
						ABD-Doğu için $R(\tilde{V})$ N=42		
1	10.23	-9.82	.26	-.09	-.04	.50	-.47	-.08
	7.92	-11.05	.65	-.37	.28	.83	-.30	.20
	37.23	-14.42	-.68	.33	-.28	-.81	.06	-.09
2	6.93	-2.91	.53	.12	.09	.73	.37	-.18
	11.71	-21.95	.70	-.38	.31	.86	-.11	.18
	31.72	-15.05	-.68	-.31	-.28	-.84	.06	-.11
3	9.01	-3.98	.59	-.12	.06	.68	.14	-.10
	11.78	-16.73	.73	-.43	.29	.87	-.24	.16
	32.02	-14.91	-.68	.31	-.29	-.83	.06	-.10
4	13.42	-8.79	.04	.17	-.01	-.08	.67	.03
	3.99	-10.90	.24	.12	.13	.25	.43	.00
	1.71	-5.51	.35	-.28	.10	.17	.00	-.07
5	7.75	-8.37	.13	.02	.08	.02	.59	.01
	4.06	-5.74	.37	-.24	.10	.37	.09	-.06
	3.33	-3.17	.34	-.25	.09	.18	.00	.05
6	5.68	-5.06	-.19	.37	-.23	-.14	.26	-.08
	2.51	-5.22	-.11	.13	.08	.06	.50	.07
	.44	-.32	.35	-.42	.18	.11	.00	-.15

Çizelge 5.5 - Devam

İntegrasyon Yolu Numarası	Düzenleme Numarası = 5 ($k_{\Delta} = 1.0$, $k_{\alpha} = 1.0$, $k_{\beta} = 0.0$)								
	$V_{\lambda}(\max)$	$V_{\lambda}(\min)$	$\tilde{V}_{\lambda}(\max) = 6.32 \text{ m}$	$\tilde{V}_{\lambda}(\min) = -12.82 \text{ m}$	$\tilde{V}_{\phi}(\max) = 12.46 \text{ m}$	$\tilde{V}_{\phi}(\min) = -4.83 \text{ m}$	$\tilde{V}_h(\max) = 3.50 \text{ m}$	$\tilde{V}_h(\min) = -3.10 \text{ m}$	
	$V_{\phi}(\min)$	$V_{\phi}(\min)$	Tüm ABD için			ABD-Batı için			ABD-Doğu için
	$V_h(\max)$ (m)	$V_h(\min)$ (m)	$R(\vec{V})$ N=73			$R(\vec{V})$ N=31			$R(\vec{V})$ N=42
1	8.88	- 9.87	.13	.03	-.12	.43	-.45	-.09	-.35 .45 -.19
	7.61	-10.69	.60	-.31	.25	.80	-.31	.20	.41 -.55 .48
	5.60	- 2.55	-.43	.65	-.34	-.24	.53	-.19	-.71 .75 -.48
2	6.56	- 3.75	.33	.39	-.25	.64	.51	-.24	-.15 .33 -.33
	10.84	-19.96	.66	-.33	.28	.86	-.13	.19	.69 -.88 .64
	1.69	- 1.36	-.28	.78	-.46	-.15	.89	-.39	-.62 .76 -.59
3	7.80	- 2.41	.44	.17	-.11	.65	.32	-.16	.08 .02 -.10
	10.55	-15.25	.70	-.39	.27	.86	-.28	.17	.78 -.89 .64
	1.71	- 1.78	-.32	.80	-.47	-.16	.89	-.39	-.65 .79 -.59
4	15.12	- 9.64	.07	.20	-.03	-.02	.67	-.05	.31 -.26 .00
	4.51	- 9.28	.20	-.08	.10	.29	.35	.02	.37 -.43 .22
	3.02	- 5.28	.37	-.33	.14	.19	-.07	-.02	.62 -.58 .29
5	9.47	- 9.02	.13	.07	.06	.01	.64	-.02	.44 -.48 .19
	4.21	- 5.45	.31	-.22	.08	.34	-.01	-.02	.44 -.40 .19
	2.77	- 5.01	.35	-.28	.11	.19	-.07	-.02	.56 -.51 .24
6	5.65	- 5.47	-.12	.33	-.21	-.07	.23	-.08	-.36 .57 -.48
	2.38	- 4.71	-.14	.21	.04	-.03	.52	.05	-.17 -.13 .11
	.25	- .43	.42	-.58	.33	.08	-.04	-.01	.77 -.82 .53

Çizelge 5.5 - Devam

İntegrasyon Yolu Numarası	Düzenleme Numarası = 6 ($k_{\Delta} = 1.0$, $k_{\alpha} = 0.0$, $k_{\beta} = 1.0$)										
	$V_{\lambda}(\max)$	$V_{\lambda}(\min)$	$\tilde{V}_{\lambda}(\max) = 6.32 \text{ m}$ $\tilde{V}_{\lambda}(\min) = -12.82 \text{ m}$			$\tilde{V}_{\phi}(\max) = 12.46 \text{ m}$ $\tilde{V}_{\phi}(\min) = - 4.83 \text{ m}$			$\tilde{V}_h(\max) = 3.50 \text{ m}$ $\tilde{V}_h(\min) = -3.10 \text{ m}$		
	$V_{\phi}(\max)$	$V_{\phi}(\min)$	Tüm ABD için			ABD-Batı için			ABD-Doğu için		
	$V_h(\max)$ (m)	$V_h(\min)$ (m)	$R(\vec{V}\vec{V})$ N=73			$R(\vec{V}\vec{V})$ N=31			$R(\vec{V}\vec{V})$ N=42		
1	1.69	- 2.75	.79	-.62	.37	.87	-.39	.12	.74	-.83	.56
	1.63	- 2.74	.58	-.52	.33	.59	.18	.02	.71	-.81	.49
	31.93	-15.88	-.65	.21	.23	-.82	-.03	.07	-.54	.77	-.65
2	1.69	- 2.93	.80	-.65	.38	.87	-.44	.15	.76	-.87	.56
	1.49	- 2.99	.63	-.58	.37	.68	.10	.09	.74	-.81	.50
	31.66	-15.89	-.65	.21	.23	-.83	-.02	-.07	-.54	.77	-.65
3	1.72	- 2.70	.80	-.64	.38	.87	-.43	.15	.75	-.83	.56
	1.53	- 2.83	.63	-.57	.36	.68	.10	.08	.73	-.81	.50
	31.61	-15.87	-.65	.21	-.23	-.83	-.02	-.07	-.54	.77	-.65
4	.51	- .58	.18	-.27	.11	.03	-.32	.15	.62	-.31	.10
	.29	- .45	.20	-.27	.18	.00	-.44	.24	.51	-.19	.12
	.49	- .27	-.01	.03	-.06	-.01	.30	-.23	.03	-.35	.22
5	.31	- .52	.12	-.21	.11	.06	-.34	.20	.48	-.12	-.01
	.27	- .49	.11	-.23	.15	-.01	-.45	.23	.30	-.01	.06
	.55	- .17	.07	.01	-.02	.02	.38	.21	.28	-.53	.30
6	.20	- .23	.28	-.35	.10	-.07	-.22	-.02	.62	-.42	.18
	.05	- .16	.43	-.27	.17	.06	-.11	.16	.61	-.37	.17
	.12	- .05	-.30	.10	-.17	-.15	-.28	-.19	-.60	.40	-.17

Çizelge 5.5 - Devam

Düzenleme Numarası = 7 ($k_{\Delta} = 0.0$, $k_{\alpha} = 1.0$ $k_{\beta} = 1.0$)											
	$V_{\lambda}(\max)$	$V_{\lambda}(\min)$	$\bar{V}_{\lambda}(\max) = 8.32 \text{ m}$ $\bar{V}_{\lambda}(\min) = -12.82 \text{ m}$			$\bar{V}_{\phi}(\max) = 12.46 \text{ m}$ $\bar{V}_{\phi}(\min) = -4.83 \text{ m}$			$\bar{V}_h(\max) = 3.50 \text{ m}$ $\bar{V}_h(\min) = -3.10 \text{ m}$		
	$V_{\phi}(\max)$ $V_h(\max)$ (m)	$V_{\phi}(\min)$ $V_h(\min)$ (m)	Tüm ABD için $\vec{R}(\vec{V}\vec{V})$ N=73			ABD-Batı için $\vec{R}(\vec{V}\vec{V})$ N=31			ABD-Doğu için $\vec{R}(\vec{V}\vec{V})$ N=42		
1	9.88	-10.05	.12	.01	-.09	.33	-.42	-.12	-.25	.30	-.11
	9.02	-10.41	.64	-.34	.26	.83	-.33	.21	.48	-.64	.52
	36.93	-14.54	-.69	.33	-.28	-.81	.06	-.09	-.67	.86	-.66
2	6.43	-2.44	.26	.30	-.20	.37	.60	-.25	-.08	.09	-.24
	11.91	-21.78	.70	-.38	.31	.86	-.10	.18	.74	-.92	.62
	31.46	-15.08	-.68	.31	-.29	-.84	.07	-.11	-.61	.83	-.68
3	8.57	-3.98	.39	-.03	.01	.39	.20	-.13	.32	-.42	.19
	12.36	-16.04	.73	-.41	.28	.87	-.24	.15	.80	-.91	.62
	31.84	-14.97	-.68	.32	-.29	-.83	.06	-.11	-.62	.84	-.68
4	12.30	-8.52	.00	.14	.00	-.14	.67	.00	.25	-.30	.01
	3.48	-12.81	.25	-.14	.15	.21	.49	-.02	.54	-.62	.34
	4.01	-5.47	.34	-.25	.08	.17	.03	-.09	.59	-.56	.26
5	8.60	-9.11	.12	-.03	.10	-.05	.55	.03	.41	-.51	.20
	3.93	-7.08	.40	-.24	.11	.39	.23	-.11	.55	-.52	.28
	3.46	-5.09	.33	-.23	.08	.17	.02	.07	.54	-.51	.23
6	5.77	-4.85	-.27	.41	-.25	-.21	.29	-.06	-.53	.67	-.59
	2.69	-4.04	-.08	.07	.12	-.09	.49	.08	.21	-.53	.33
	.56	-.38	.33	-.29	.07	.16	.07	-.20	.72	-.75	.45

Çizelge 5.5 - Devam

Bilinmeyenler ($\vec{t}_0$)	Bilinmeyenler Arası Korelasyon Katsayıları						Çözüm Vektörü ($\vec{t}_0$) ve Karesel Ortalama Hatalar ($m_{\vec{t}_0}$)	
	$(N+h)_0 \cos \phi_0 \delta \lambda_0$	$(N+h)_0 \delta \phi_0$	δh_0	Δ	$(\delta \phi + \delta \epsilon_e)_0$	$(-\delta \lambda \cos \phi + \delta \epsilon_m)_0$	$(-\delta \lambda \sin \phi + \delta \epsilon_n)_0$	
$(N+h)_0 \cos \phi_0 \delta \lambda_0$	1.00	.00	.00	.00	-.12	.08	.11	$\hat{W}^T \hat{W} = 13257.9 \text{ m}^2$
$(N+h)_0 \delta \phi_0$	.00	1.00	.03	-.03	-.01	.26	-.18	
δh_0	.00	.03	1.00	-.02	-.12	.01	-.13	$\hat{V}^T \hat{V} = 5788.6 \text{ m}^2$
Δ	.00	-.03	-.02	1.00	-.18	.11	.01	
$(\delta \phi + \delta \epsilon_e)_0$	-.12	-.01	-.12	-.08	1.00	.00	.00	
$(-\delta \lambda \cos \phi + \delta \epsilon_m)_0$	.08	.26	.01	.11	.00	1.00	-.04	$m_0 = \pm 5.23 \text{ m}$
$(-\delta \lambda \sin \phi + \delta \epsilon_n)_0$	.11	-.18	-.13	.01	.00	-.04	1.00	

Çizelge 5.6 - Tüm ABD Açında Doğal Sistemlerden Referans Sistemlere İndirgemelerin Hiç Birisi Yapılmaması Kabulüyle

(4 Numaralı Düzenleme) ve Sabit Azimutlu Bir İntegrasyon Yolu İzlenerek Hesaplanan $\hat{W}$ Vektörlerinin

$\hat{V}$ Ortak Kısımlarının Benzerlik Dönüşümüyle Ayrılması İşleminin Bilinmeyenleriyle İlgili Sonuçları

Nokta No p	$\vec{w}_p^T$				$\vec{T}_p$		
	w_λ	w_ϕ	w_h		T_λ	T_ϕ	T_h
1	0.87	3.93	- 6.08	AOD-Batı'nın içerdigi noktalar	- 2.86	- 4.61	5.60
2	0.09	1.28	- 1.71		- 1.98	- 2.49	2.26
3	0.69	-13.59	21.59		0.53	- 8.43	12.77
4	- 0.76	-17.38	23.14		0.80	-10.34	15.49
5	1.51	-14.53	23.46		1.03	- 8.56	13.37
6	- 6.24	-12.32	7.71		- 4.17	-10.26	12.10
7	- 0.70	-20.72	24.37		- 0.19	-10.53	14.88
8	2.24	4.06	- 4.53		- 5.82	- 5.92	7.01
9	0.37	- 0.45	- 2.67		0.97	- 4.16	4.44
10	1.43	3.14	- 4.77		- 3.10	- 3.39	3.85
11	2.57	5.94	- 7.78		- 4.37	- 5.84	7.13
12	0.57	3.33	- 6.32		- 2.95	- 5.66	7.10
13	- 0.88	1.29	1.04		- 0.33	- 5.30	6.88
14	0.52	- 3.37	9.45		0.79	- 6.72	10.03
15	- 6.41	-20.70	16.72		- 2.43	-10.76	13.55
16	- 4.51	-20.85	20.07		- 1.28	-10.70	14.25
17	- 1.44	-20.10	26.04		0.38	-10.19	14.96
18	- 0.28	- 0.25	2.76		0.66	- 5.34	7.10
19	0.28	- 0.54	- 1.65		1.04	- 4.71	5.72
20	0.64	- 0.47	- 3.50		0.96	- 3.67	3.32
21	- 0.41	-17.46	24.36		0.62	- 9.68	14.55
22	3.03	0.60	- 5.54		- 5.98	- 1.18	1.69
23	3.90	-25.67	46.61		1.75	- 8.94	14.59
24	- 0.52	- 0.07	2.74		- 0.43	- 5.94	8.06
25	0.83	- 4.41	10.25		1.02	- 7.07	10.84
26	0.56	- 2.15	6.65		1.06	- 6.15	8.99
27	0.58	- 8.65	14.68		0.21	- 7.57	11.20
28	- 0.62	- 1.60	2.00		- 1.66	- 6.47	8.59
29	- 1.17	- 3.62	2.17		- 2.19	- 7.15	9.41
30	- 2.22	-10.52	10.79		- 1.69	- 8.26	11.15
31	- 2.89	-18.93	22.02		0.84	9.50	13.22

Çizelge 5.7 - Bilinmeyenleriyle ilgili bilgileri Çizelge 5.6'da Sunulan İşleme Ait $\vec{w}_p$ vektörleri ve Bunların Yedi Parametrelili Benzerlik Dönüşümüyle Elde Edilen $\vec{T}_p$ Ortak Kısımları

Nokta No p	$\vec{W}_p^T$				$\vec{T}_p^T$		
	W_λ	W_ϕ	W_h		T_λ	T_ϕ	T_h
32	1.29	1.12	- 5.55	ABD-Doğu'nun içerdigi noktalar	0.90	- 0.86	- 2.03
33	1.24	- 0.41	- 5.45		1.24	- 3.17	2.07
34	- 0.18	1.62	- 2.05		- 0.93	2.06	- 4.43
35	0.11	2.56	- 3.49		- 0.20	1.77	- 4.67
36	0.39	2.79	- 4.88		0.15	1.41	- 4.52
37	1.16	2.13	- 5.85		0.84	0.18	- 3.53
38	1.36	1.66	- 6.16		1.14	- 0.32	- 3.07
39	1.89	1.43	- 6.52		1.85	- 0.91	- 2.84
40	- 0.04	2.09	- 2.31		- 0.02	3.42	- 6.51
41	0.04	- 0.06	- 1.09		- 1.76	0.97	- 2.60
42	0.57	1.61	- 5.73		3.31	2.88	- 9.60
43	1.55	0.36	- 5.87		1.45	- 1.98	- 0.56
44	- 0.63	0.32	- 0.65		- 0.59	- 2.64	1.98
45	0.96	- 0.09	- 1.67		- 2.87	- 1.19	0.73
46	0.26	- 0.19	- 1.84		0.42	- 2.95	2.08
47	0.64	1.06	- 9.42		3.56	1.01	- 7.45
48	0.63	1.22	- 5.77		3.15	1.87	- 7.92
49	1.66	0.65	- 5.83		1.70	- 1.65	- 1.42
50	2.32	2.40	- 8.34		2.50	- 0.32	- 4.47
51	1.49	2.08	- 9.81		3.15	0.46	- 6.30
52	0.27	1.63	- 2.00		1.68	4.73	- 9.07
53	0.26	1.57	- 2.47		0.74	3.04	- 6.78
54	0.47	2.55	- 5.15		0.77	1.90	- 5.62
55	0.98	2.42	- 5.64		1.31	1.25	- 5.36
56	0.60	1.37	- 4.16		2.13	1.94	- 6.93
57	1.30	2.02	- 6.30		1.74	0.34	- 4.60
58	0.76	1.41	- 5.75		2.49	1.31	- 6.61
59	0.33	0.16	- 1.60		1.96	3.74	- 8.51
60	- 0.07	2.28	- 3.14		0.95	5.46	- 9.00
61	- 0.48	3.25	- 5.24		1.14	6.59	- 9.96
62	- 1.70	4.87	- 7.62		0.00	7.67	- 9.65
63	0.21	1.34	- 3.11		2.56	7.82	-11.73
64	- 0.86	3.54	- 6.48		1.36	8.86	-11.27
65	- 0.80	1.85	- 7.69		0.39	10.07	-11.06
66	2.05	0.02	- 2.53		1.86	- 2.67	0.48
67	0.66	0.06	- 3.23		0.40	- 2.00	0.29
68	0.07	0.01	- 1.42		- 0.44	- 1.39	- 0.19
69	0.41	0.70	- 2.56		- 0.32	- 0.54	- 1.57
70	0.10	- 0.39	0.36		- 1.75	- 1.19	0.22
71	0.09	1.51	- 2.06		- 0.69	0.89	- 3.24
72	0.07	- 0.25	0.16		- 1.49	0.16	- 1.77
73	- 0.61	3.42	- 6.07		1.66	8.03	-11.12

Çizelge 5.7 - Devam

Nokta No p	$\vec{v}_p^T$				$\vec{v}_p^T$		
	v_{λ}	v_{ϕ}	v_h		$\bar{v}_{\lambda}$	$\bar{v}_{\phi}$	$\bar{v}_h$
1	3.73	8.54	-11.68	ABD-Batı'nın içerdigi noktalar	4.17	2.97	1.10
2	2.06	3.78	-3.97		2.35	-0.63	1.20
3	0.16	-5.16	8.81		-2.88	-1.52	3.50
4	-1.56	-6.99	7.66		-5.79	6.14	1.00
5	0.48	-5.97	10.09		-3.55	-0.21	1.00
6	-2.08	-2.05	-4.39		-1.85	5.92	-0.90
7	-2.51	-10.19	9.49		-4.10	4.15	-0.60
8	8.06	9.98	-11.54		5.52	9.80	-1.00
9	-0.60	3.71	-7.11		1.09	-3.40	0.80
10	4.53	6.53	-8.52		2.25	0.49	-0.20
11	6.95	11.78	-14.91		6.32	4.30	-0.40
12	3.52	8.99	-13.42		4.35	2.28	-1.00
13	-0.55	6.59	-5.85		0.80	-1.36	0.10
14	-0.27	3.35	-0.57		2.59	-2.65	-2.40
15	-3.98	-9.94	3.17		-3.34	4.25	-1.40
16	-3.23	-10.15	5.81		-0.10	6.05	-1.00
17	-1.81	-9.91	11.08		-3.83	3.91	-1.10
18	-0.93	5.09	-4.34		1.24	-4.27	0.10
19	-0.75	4.17	-7.37		2.45	-3.93	2.50
20	-0.32	3.20	-6.82		1.88	-3.07	1.50
21	-1.03	-7.78	9.81		-2.56	4.06	0.20
22	9.01	1.78	-7.24		3.81	1.70	-2.30
23	2.15	-16.73	32.02		-3.89	0.15	-1.30
24	-0.09	5.87	-5.33		0.49	-0.85	1.80
25	-0.19	2.67	-0.59		1.77	-1.98	-1.50
26	-0.49	4.00	-2.38		0.02	-3.62	-1.80
27	0.37	-1.08	3.49		-1.82	-0.53	1.60
28	1.04	4.87	-6.59		2.25	2.93	1.50
29	1.01	3.53	-7.24		2.26	3.14	0.30
30	-0.54	-2.25	-0.36		1.16	3.53	-0.30
31	-2.05	-9.43	8.80		-1.65	3.98	-1.80

Çizelge 5.8 - Sayısal Değerleri Çizelge 5.7'de Sunulan Vektörlerden $\vec{v}_p = \vec{w}_p - \vec{t}_p$ Eşitliğiyle Bulunan Ve Kareleri Toplamı minimum Yapılmış Olan Artık Vektörler ile [36]'da Yedi Parametrelili Benzerlik Dönüşümü Sonucu Bulunan $\vec{v}_p$ Kalıntı Vektörleri

Nokta No p	$\bar{v}_p^T$				$\bar{v}_p^T$		
	$\bar{v}_\lambda$	$\bar{v}_\phi$	$\bar{v}_h$		$\bar{v}_\lambda$	$\bar{v}_\phi$	$\bar{v}_p$
32	0.39	1.99	- 3.52	ABD-Doğu'nun içerdığı noktalar	0.15	- 3.24	1.70
33	0.00	2.76	- 7.51		0.50	- 0.94	2.90
34	0.75	- 0.44	2.38		- 1.13	0.75	1.60
35	0.31	0.79	1.18		- 0.64	0.86	1.70
36	0.24	1.38	- 0.35		0.16	- 0.68	2.70
37	0.32	1.95	- 2.32		- 0.88	- 2.74	0.50
38	0.22	1.99	- 3.09		- 1.23	- 2.83	1.70
39	0.04	2.34	- 3.68		- 1.31	- 3.26	3.40
40	- 0.01	- 1.33	4.19		- 2.78	3.84	0.00
41	1.80	- 1.03	1.52		0.15	1.25	- 0.40
42	- 2.74	- 1.27	3.34		- 1.56	3.89	- 1.50
43	0.10	2.34	- 5.31		0.00	- 1.30	0.90
44	- 0.05	2.97	- 2.63		0.03	- 3.06	- 0.90
45	3.83	1.10	- 2.40		1.13	- 0.94	- 0.80
46	- 0.15	2.77	- 3.93		- 1.04	- 2.82	1.70
47	- 2.92	0.05	- 1.98		0.35	0.91	0.60
48	- 2.52	- 0.65	2.15		- 3.33	0.82	- 0.20
49	- 0.05	2.30	- 4.42		1.06	- 3.57	0.90
50	- 0.18	2.72	- 3.87		2.61	- 4.83	1.40
51	- 1.66	1.62	- 3.51		0.79	- 3.68	0.58
52	- 1.41	- 3.11	7.08		- 3.45	6.45	- 2.40
53	- 0.49	- 1.47	4.31		- 3.35	4.12	- 2.40
54	- 0.30	0.65	0.47		- 2.64	0.13	- 0.30
55	- 0.43	1.17	- 0.29		- 3.06	- 4.73	- 2.20
56	- 1.53	- 0.57	2.78		- 0.48	- 0.10	- 1.80
57	- 0.45	1.69	- 2.30		- 0.62	- 4.56	- 0.80
58	- 1.78	0.10	0.86		- 1.15	- 2.14	- 0.70
59	- 1.64	- 3.58	6.91		- 9.30	8.52	- 1.20
60	- 1.01	- 3.20	5.86		- 1.94	7.41	- 1.50
61	- 1.62	- 3.44	4.72		- 2.25	9.04	- 2.70
62	- 1.70	- 2.80	2.03		- 5.80	7.08	- 0.70
63	- 2.36	- 6.47	8.62		- 3.50	12.46	- 2.80
64	- 2.22	- 5.32	4.79		- 7.97	9.83	- 3.10
65	- 1.19	- 8.21	3.37		- 12.82	7.16	- 1.10
66	0.20	2.68	2.05		0.18	- 2.21	1.20
67	0.26	2.05	- 3.51		0.83	- 3.68	1.60
68	0.52	1.40	- 1.22		2.46	- 0.01	- 1.20
69	0.73	1.24	- 0.99		- 0.98	- 2.55	0.70
70	1.85	0.80	0.14		0.63	- 3.99	- 2.20
71	0.77	0.62	1.18		- 1.34	- 0.23	- 0.50
72	1.56	- 0.40	1.93		0.48	1.30	- 1.60
73	- 2.27	- 4.61	5.05		- 5.23	10.39	- 0.30

Çizelge 5.8 - Devam

6 - TÜRKİYE I. DERECE TRIYANGÜLASYON AĞI

Yukarıda açıklanan kuramsal ve sayısal araştırmanın ışığında Türkiye I. derece triyangülasyon ağı incelenirse, aşağıdaki gerçeklere ulaşılır, [4], [28], [30], [31], [55], [56], [68], [70], vb. :

.Baz ölçmelerinin sonuçları deniz düzeyine bir başka deyişle jeoide indirgenmişler, ancak referans elipsoid yüzeyi üzerindeki hesaplamalarda sabit tutulmuşlardır.

.Astronomik boylam, enlem ve azimut gözlemlerinin sonuçları 98 Laplace noktasında bulunmuş, bunlardan azimutlar doğal yerel sistemlerden referans yerel sistemlere bir oranda indirgenmiş (ön dengelemeyle) ve genel dengelemede bunlar sabit tutulmuşlardır (Laplace azimut koşulu bir anlamda dengelemeye sokulmuştur).

.Bu 98 Laplace noktasının dışındaki noktalarda doğal sistemlere dayanılarak yapılan açı ölçmelerinin sonuçları dengelemeden önce indirgeme miktarları belli olmadığı için referans sistemlere indirgenememişlerdir.

.Tüm astrojeodezik ağların alışılagelen uygulamalarında olduğu gibi yalnız yatay kontrol ele alınmıştır. Bu nedenle de, I. derece ağ için başucu açı ölçmeleri yapılmamıştır. Dolayısıyla da bunların indirgenmeleri söz konusu olmamıştır.

.Biçim olarak aynen ABD ağı [12] ve ED-50'nin temelini oluşturan Orta Avrupa ağı [62] gibi zincirlerden meydana gelen poligonlar Türkiye I. derece ağı adıyla bilinmektedir. Bu ağ yalnız yatay kontrol olarak 1954 yılındaki bir toptan dengeleme ile tamamlanmıştır. Bu ağın ED-50 (Avrupa Datumu 1950) ile bağlantıları komşu ülke ağlarındaki noktalara yapılan yatay açı gözlemleriyle gerçekleştirilmiştir. Ancak bu bağlantının matematik özellikleriyle ilgili ayrıntılı bilgiye rastlanamamıştır.

Bu gerçekler, NAD-27'nin ABD ağında ortaya çıkan deformasyonların benzerlerinin Türkiye I. derece triyangülasyon ağı için de olasılığının bulunduğunu gösterir. Ağın içinde hiç yapay yer uydusu gözleme istasyonu olmadığından, orası için yapılan sayısal incelemenin aynısının uygulanamayacağı açıktır. Ancak, benzeri bir sayısal yol izlenerek olası deformasyonlardan söz edilebilir. Aslında, B matrisinin elemanlarının gerçek sayısal değerlerini verecek ek ölçme ve gözlemler yapılabilirse gerçek deformasyonlar da bulunabileceği bir önceki paragrafta kanıtlanmıştı. Bunun için gerekli arazi işleri bu çalışmanın sınırlarını çok aşacağı için, burada yine denemelere girilmiştir. Bu amaçla [29]'da verilen ve Şekil 6.1'de konumları belirtilen 98 Laplace noktasındaki çekül sapması bileşenlerinden, (5.24) ve (5.25) gibi ancak bu kez beşinci dereceden iki boyutlu bir polinomun C_{00} dışındaki katsayıları C_{ij} ($i, j = 0, 1, \dots, 5$) en küçük kareler yöntemiyle hesaplanmıştır. (5.23), (5.24) ve (5.25) eşitliklerine bakıldığında, eğer hesaplama yapılırken n ve ϵ derece saniyesi cinsinden verilirse C_{00} katsayısının

$$C_{00} = \zeta_0 \frac{P}{R}$$

olduğu görülür. Başka bir deyişle, C_{00} katsayısı P_0 noktasının Avrupa Datumu-1950'ye dayalı astrojeodezik jeoid yüksekliğinden bulunabilir. Bunun için de [5]'den yararlanılmıştır. Şekil 6.2 bulunan C_{ij} katsayıları

$$\zeta = \frac{R}{\rho'} \sum_{i=0}^5 \sum_{j=0}^5 x^i y^j C_{ij}$$

eşitliğinde yerlerine konarak hesaplanan ζ jeoid yüksekliklerini göstermektedir. [5]'in elde ettiği sonuçla karşılaştırılırsa Avrupa Datumu-1950'ye dayalı Türkiye astrojeodezik jeoidinin genel dalgalanmalarının böylesine analitik bir fonksiyonla buradaki amaç bakımından yeterli oranda temsil edilmiş olduğu görülür. Şekil 6.3 yine aynı katsayılar kullanılarak bu kez

$$\eta = - \sum_{i=1}^5 \sum_{j=0}^5 i x^{i-1} y^j C_{ij}$$

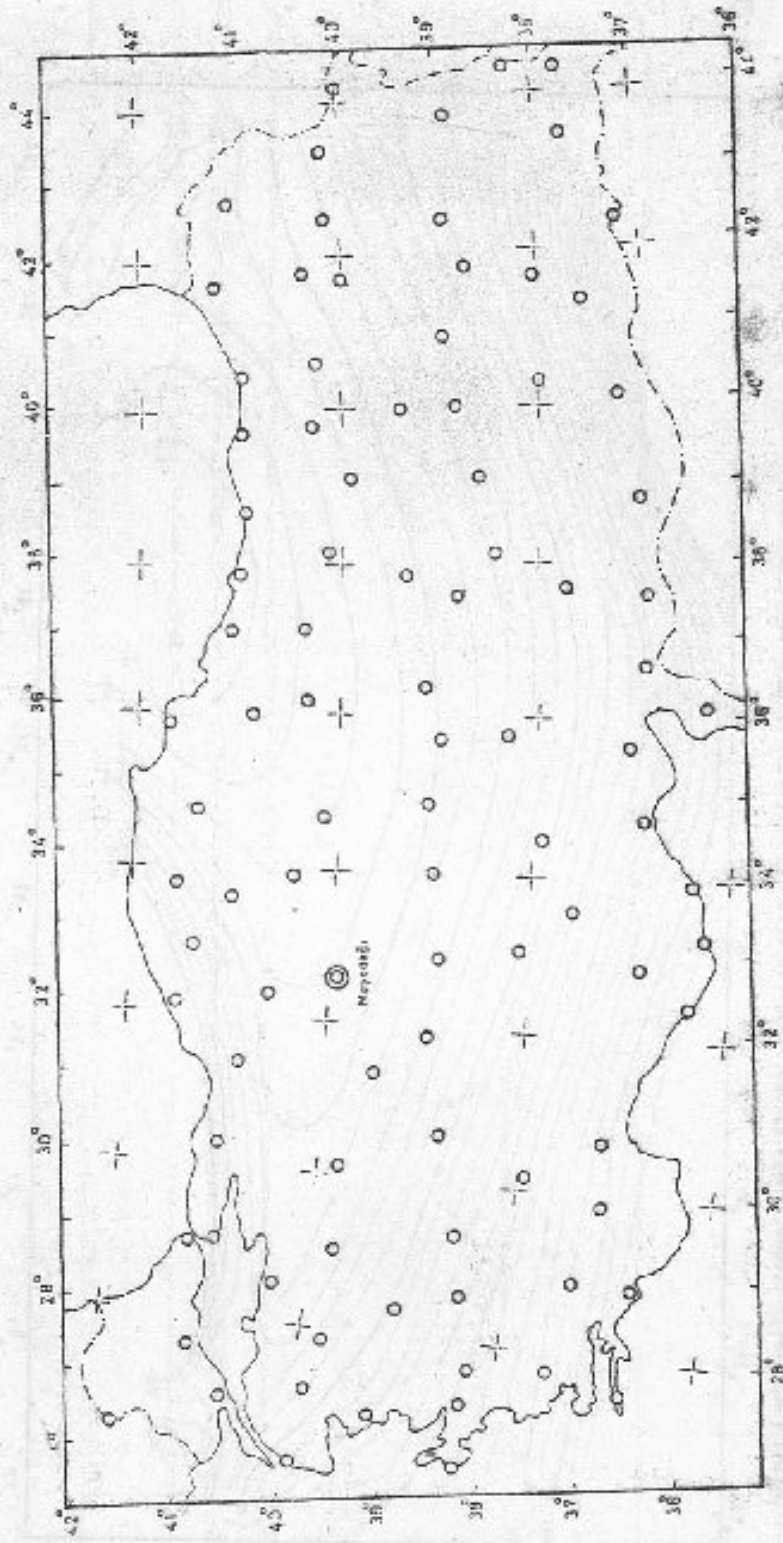
eşitliğinden keskinlikleri giderilmiş (smooth) çekül sapmalarının doğu-batı bileşenlerini göstermektedir. Şekil 6.4 ise aynı katsayılarla ve

$$\xi = - \sum_{i=0}^5 \sum_{j=1}^5 j x^i y^{j-1} C_{ij}$$

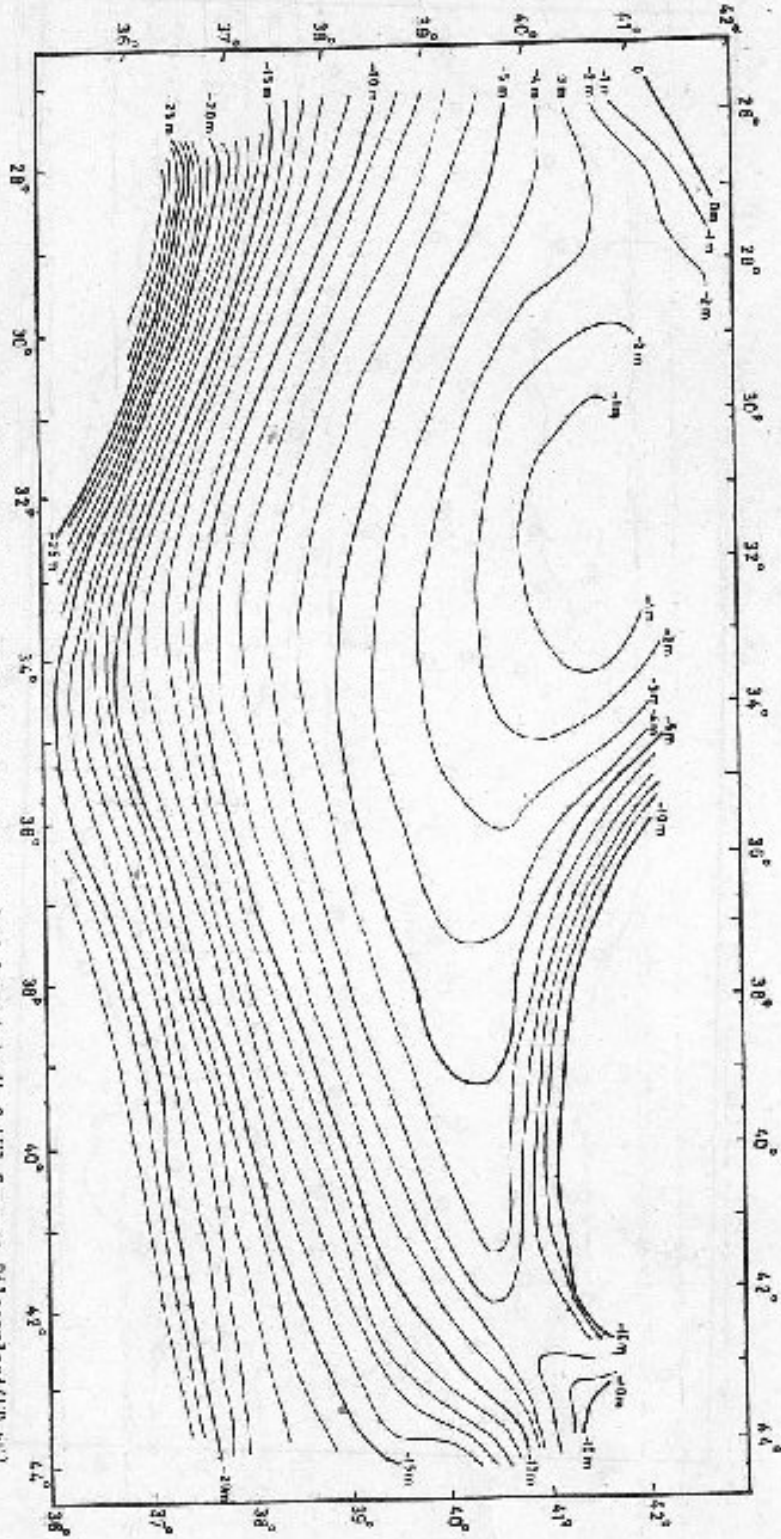
eşitliğiyle bulunan kuzey-güney bileşenlerini göstermektedir. Söz konusu 98 noktadaki astrojeodezik çekül sapmalarının karelerinin toplamı $19684.6 (")^2$ iken besinci dereceden bir polinoma uymaları için atılan kesimlerinin karelerinin toplamının $4646.5 (")^2$ olması bu polinomun buradaki amaç bakımından yeterli oranda temsil yetkisinin bulunduğu bir başka kanıttır. Bulunan bu 36 adet C_{ij} ($i, j=0, 1, \dots, 5$) katsayı kullanılarak ve başlangıç yine P_0 alınarak MAD-27'nin ABD ağı için uygulanan 42 deneme hesabı Türkiye I. derece triyângülasyon ağındaki 98 nokta için de yapılmıştır. Ancak bu kez artıklarla karşılaştırılabilecek büyüklükler olmadığı için denemelerin üçüncü adımları yapılamamıştır. Bu nedenle de, Çizelge 5.5 gibi karşılaştırma büyüklükleri ve sonuçları yoktur. Doğru olmayabilecek ve gereksiz spekülasyonlara yol açabilir düşüncesiyle de, yapılan 42 deneme hesabından bulunan $\tilde{V}_p$ artıklarının ner hangi bir biçimde burada sunulmasından kaçınılmıştır. Ancak bulunan $\tilde{T}_p$ vektörleriyle ilgili sonuçlar ilginçtir. Bunlardan burada söz etmekte yarar görülmüştür. Denemelerin büyük bir çoğunluğu $\tilde{T}_p$ vektörleri bakımından benzer doğrultuda ipuçları vermektedir. Örnek olarak; ikinci adımdaki hesaplamalardan yalnızca sabit azimutlu integrasyon yolu izlenerek bulunan $\tilde{W}_p$ vektörleriyle ilgili olanla-

rın özetlerini topluca göstermek amacıyla Çizelge 6.1 ve Çizelge 6.2 düzenlenmiştir. Çizelge 6.1 ile sunulan sonuçlardan B matrisinin ana diyagonalinin dışındaki elemanlarıyla ilgili bazı ipuçlarını görme olanağı vardır. Örneğin, $k_p = 1.0$ kabulünü içeren tüm düzenlemelerde ikinci üçüncü ve yedinci bilinmeyenler, $k_a = 1.0$ kabulünü içeren tüm düzenlemelerde de dördüncü ve altıncı bilinmeyenler aynı işaret ve yaklaşık aynı büyüklüklerle anlamlı olarak çıkmaktadır. Ancak bu kabullerin gerçeğe uygun olup olmadıklarının ağız kendisinde yapılacak ölçme ve hesaplamalarla sağlanmaları gerekir. k_a ile ilgili kabuller için yeniden ölçü yapılmaksızın da bu sağlamanın bir oranda gerçekleştirilebileceği gösterilmiştir. [27]. Şekil 6.5 anılan çalışmadan alınmıştır ve Laplace kapanmalarını eş kapanma çizgileri olarak göstermektedir. Astronomik gözlemlerle bulunan bu değerler $k_a = 0.0$ kabulünün gerçeğe daha yakın olduğunu göstermektedir. Bazıların referans elipsoide değil deniz seviyesine, indirgenmiş, başucu açısı ölçmelerinin yapılması (yalnız yatay kontrollerle uğraşılması) oldukları göz önünde tutulursa en gerçekçi yaklaşımın 6 numaralı düzenleme olduğu kanısına ulaşılabilir. Daha öncede değinildiği gibi bu işlemle bulunan bilinmeyenler, benimsenmiş olan referans elipsoidin biçimi, boyutu ve konumunu ilgilendirir. Açıkçası Çizelge 6.1 ile sunulan ve P_0 noktasına ait olan bilinmeyenler Avrupa Datumu-1950'nin mutlak konumu ve yöneltimine ilişkindir. Gerçekten Avrupa Datumu-1950'nin mutlak yöneltimi, kısıtlı verilerle de olsa oldukça ayrıntılı bir biçimde incelenmiştir. [24]. Anılan bu incelemede veri olarak astrojeodezik ve gravimetrik jeoid yüksekliklerinin farkları kullanılmıştır. Datumu oluşturan ağız kendi aralarında iç duyarlılıkları ve homojenliklerine göre altı gruba ayrılmışlardır. Bunlardan birisi yalnızca Türkiye ağız olarak alınmıştır. Grupların değişik düzenlemeleriyle değişik çözümler alınmıştır. Çözümlerin iç duyarlılıkları Türkiye ağızının girmedeği düzenlemelerde ± 2.0 m ile ± 4.1 m arasında değişirken, girdiği düzenlemelerde bu duyarlılık ± 8.0 m dolaylarında olmaktadır. Bunun Türkiye ağızının kendi iç duyarlılığı konusunda bir ölçüt olarak ileri sürülemeyeceği açıktır. Nitekim, Çizelge 6.1 Türkiye ağızının en kötü koşullarda bile, eğer dengeleme hesabında büyük çelişkiler yoksa, kendi iç duyarlılığının diğerleri düzeyinde olabileceğini göstermektedir. Çizelge 6.1'de görülen anlamlı parametrelerin de göz önünde bulundurulmasıyla [24]'ün iç duyarlılık konusunda ulaştığı sayısal sonucun bir tane yorumu vardır. Bu da şöyle bir cümle ile ifade edilebilir. "Türkiye I. derece triyângülasyon ağı, deformasyona uğramış bir Avrupa ağızının en kenarındaki bir (ya da birkaç) noktanın koordinatları sabit tutularak Avrupa Datumu-1950'ye bağlanmıştır". Eğer Türkiye birinci derece triyângülasyon ağı Avrupa Datumu-1950'nin temelini oluşturan ağızlarla birlikte toptan bir dengelemeye sokulmuş olsaydı [24]'ün iç duyarlılık konusundaki bu sayısal sonucu ortaya çıkmazdı.

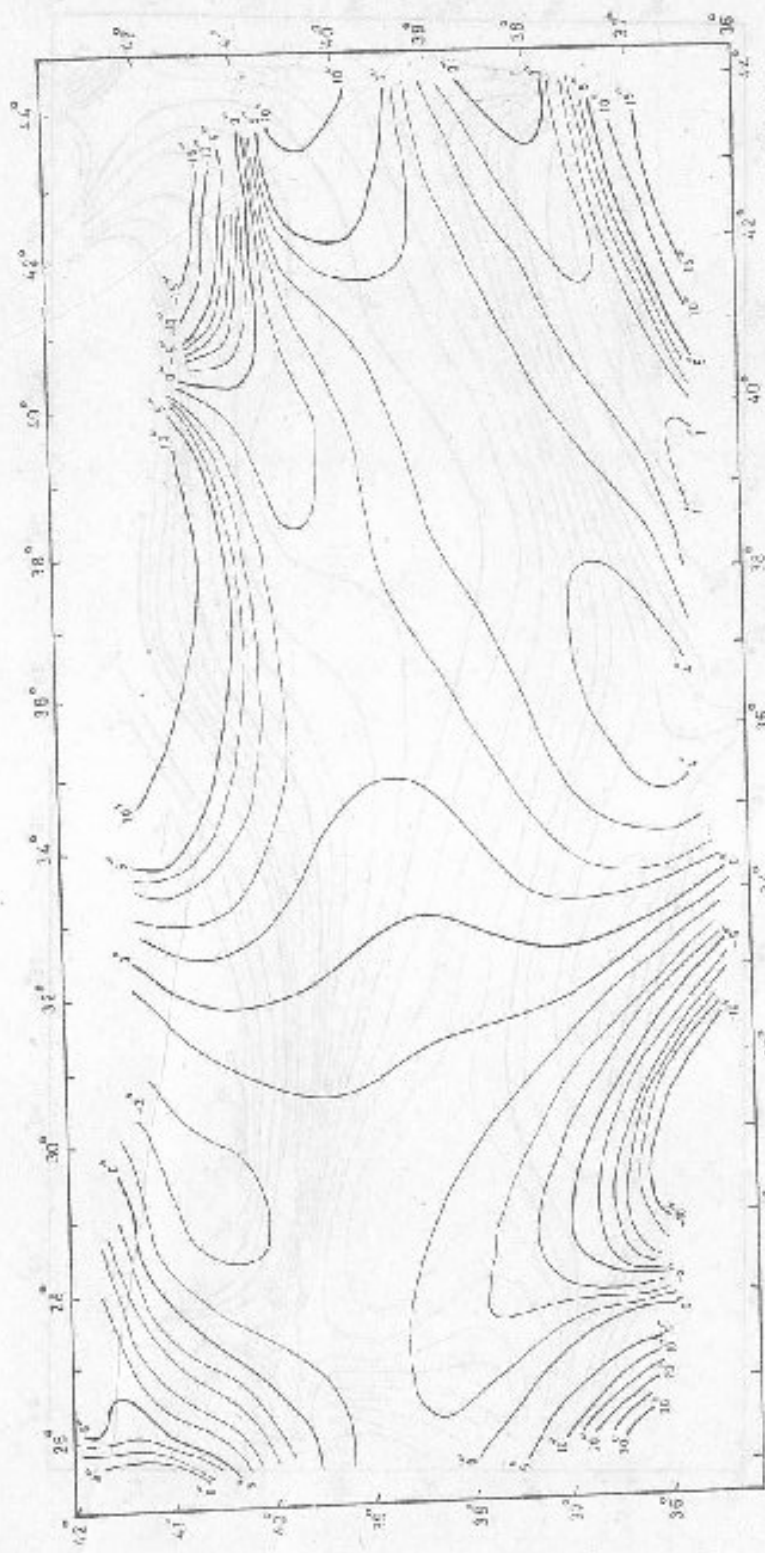
Bir ağıdaki Laplace kapanmalarının büyüklük ve dağılımlarının, ağıın deformasyonu konusunda bazı ipuçları verdiği kanıtlanmıştır, [25]. Şekil 6.1 bu açıdan incelenirse Türkiye 1. derece triyagülasyon ağıının doğu karadeniz, güney ve güney doğu anadoludaki zincir ve poligonlarında yöresel deformasyonların varlığı gözlenebilir, ancak bunların büyüklükleri ve kaynakları konusunda, elde başka veriler de bulunmadıkça kesin yargılara varılamaz. Gerekli başka veriler de ancak arazi çalışmalarıyla sağlanabilir. Örneğin, bu yörelerde ek astronomik gözlemler yapmak, çeşitli doğrultularda uzunluklar ölçmek, yeterli incelikte başucu açıları ölçmek, vb. bu verileri bulma olanağını doğuracaktır.



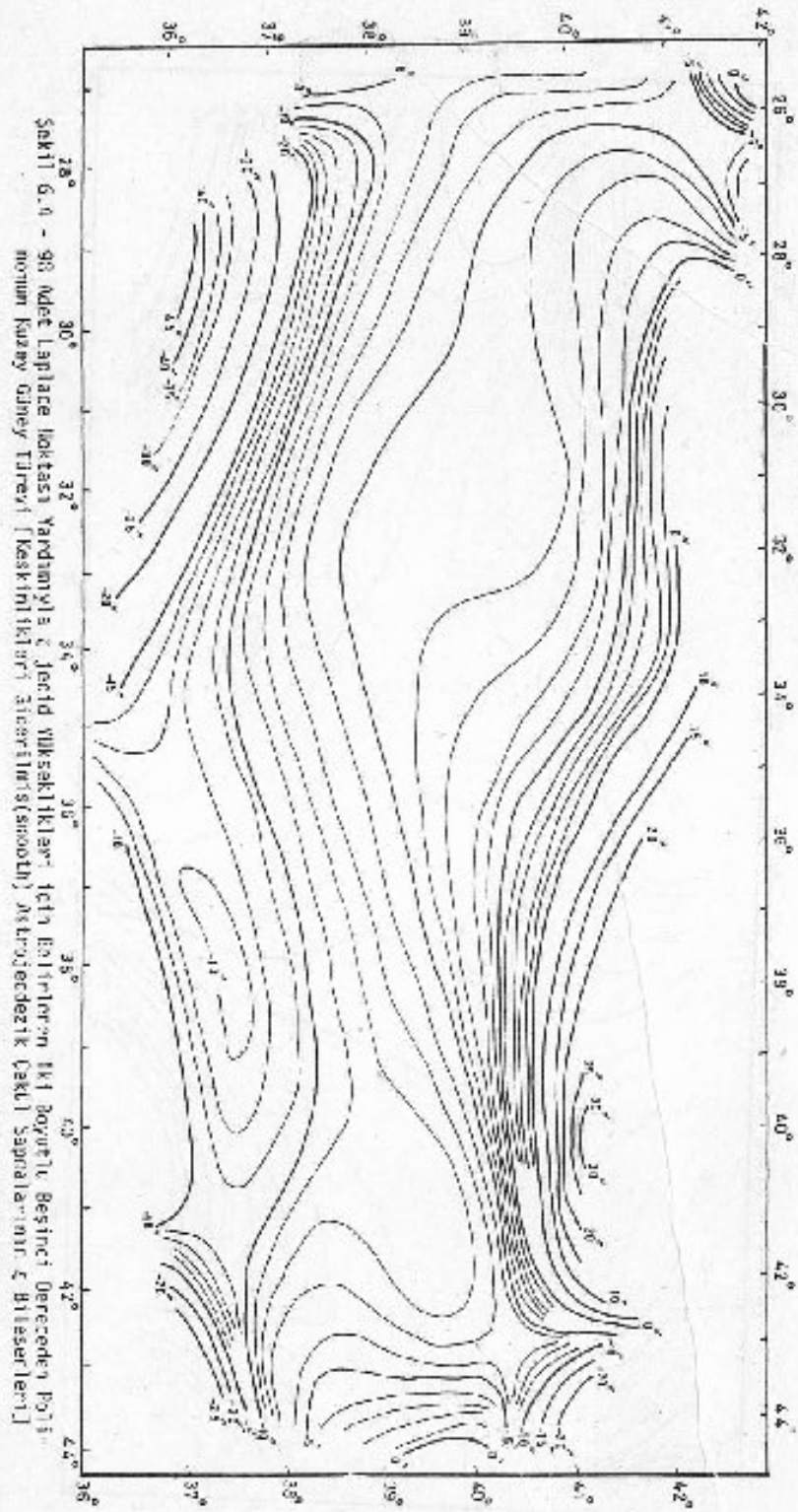
Şekil 6.1 - Düzeylerinde Astronomik Gözlemler için Boyun, a Fikrin ve a Azimut Gözlemleri Yapılmış olan Türkiye 1. Derece Triyangelidizyon Ağının 98 Adet Laplace İkoğnasinin Konumları (Mühterim Kuruluşunda Kullanılmamış Olupda Üzerinde Astronomik Gözlemlerin Yapıldığı Diğer Noktalar Burada Gösterilmemiştir)



Sekit 5.2 - Konulları Sekit 5.1 de Gistelen 90 Metre Lapıca Taktasındakı Asıfıdezek Çekit Sarmakı Bılgıenler (ED-20)
Kullantıarak Bılgıenler İki Dıyutlu Dıyutlu Bılgıenler (ED-20 de c Bılgıenler)



Şekil 6.3 - 99 Adet Laplace Hattası Varımlıya, 2 Genid Yıkışılma (İçerisi İçin Belirlenen İki Boyutlu Sığının Derinlerde Belirlen-
miş Doğru-Ekseri Türevi) Kaskınlıkları (Sıralı) Gösterilen (Kısa) Sığın Arama (Bilimsel)



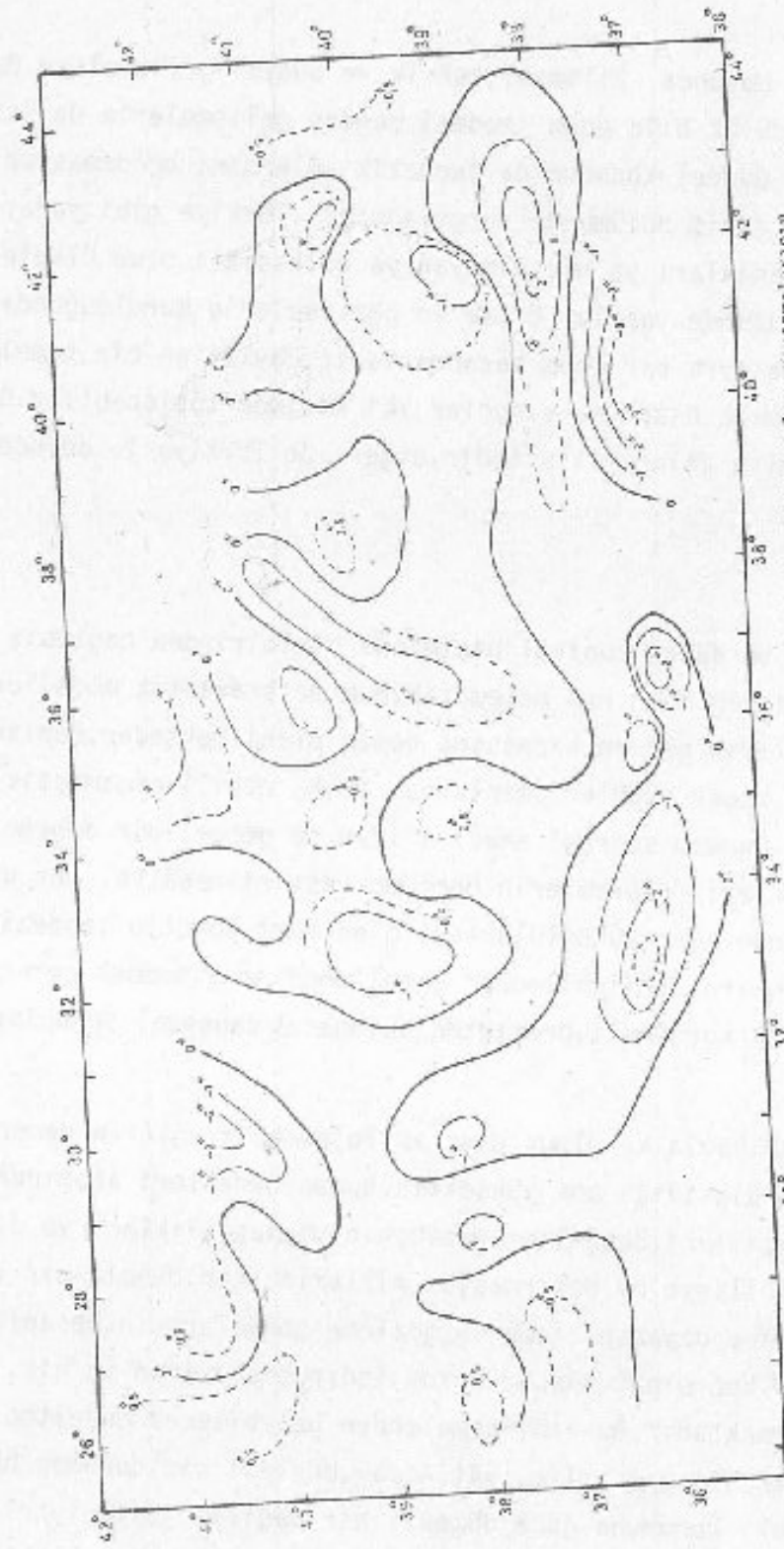
Düzenleme Numarası		1	2	3	4	5	6	7
Düzenlemede Kabuller	k_{Δ}	1.0	0.0	0.0	1.0	1.0	1.0	0.0
	k_{α}	0.0	1.0	0.0	1.0	1.0	0.0	1.0
	k_{β}	0.0	0.0	1.0	1.0	0.0	1.0	1.0
$\vec{W}^T \vec{W}$ (m^2)		12.3	1094.9	6055.8	7160.9	1101.9	6053.4	7168.3
$\vec{V}^T \vec{V}$ (m^2)		6.8	445.9	1122.9	1387.7	424.5	1138.6	1400.2
m_0 (m)		± 0.15	± 1.25	± 2.00	± 2.21	± 1.22	± 2.00	± 2.22
$(N+h)_0 \cos \phi_0 \delta \lambda_0$ (m)		-0.47 ± 0.03	0.39 ± 0.26	0.66 ± 0.42	0.67 ± 0.47	-0.02 ± 0.26	0.24 ± 0.42	1.05 ± 0.47
$(M+h)_0 \delta \phi_0$ (m)		-0.02 ± 0.02	0.17 ± 0.15	6.17 ± 0.24	6.32 ± 0.27	0.15 ± 0.15	6.16 ± 0.24	6.34 ± 0.27
δh_0 (m)		0.00 ± 0.01	0.00 ± 0.06	0.82 ± 0.10	0.82 ± 0.10	0.00 ± 0.06	0.82 ± 0.10	0.83 ± 0.10
λ (10^{-5})		0.00 ± 0.01	0.61 ± 0.05	0.00 ± 0.09	0.61 ± 0.10	0.61 ± 0.05	-0.10 ± 0.09	0.61 ± 0.10
$(\delta \phi + \delta \epsilon)_0$ ($''$)		0.10 ± 0.02	0.00 ± 0.13	0.00 ± 0.20	0.09 ± 0.22	0.10 ± 0.12	0.09 ± 0.20	-0.01 ± 0.23
$(-\delta \lambda \cos \phi + \delta \epsilon_m)_0$ ($''$)		-0.06 ± 0.02	-2.17 ± 0.13	0.45 ± 0.20	-1.78 ± 0.23	-2.23 ± 0.13	0.39 ± 0.20	-1.71 ± 0.23
$(-\delta \lambda \sin \phi + \delta \epsilon_n)_0$ ($''$)		0.00 ± 0.02	0.03 ± 0.13	5.39 ± 0.20	5.41 ± 0.23	0.02 ± 0.13	5.38 ± 0.21	5.41 ± 0.23

$f^i z_{c\omega\lambda\epsilon}$ Çizelge 6.1 - 98 Adet Laplace Noktası için Sabit Azimutla Yapılan İntegrasyonlarla Hesaplanan $\vec{W}_p$ Vektörlerinden Bulunan Sonuçların Özetleridir

	$(N+h)_0 \cos \phi_0 \delta \lambda_0$	$(M+h)_0 \delta \phi_0$	δh_0	Δ	$(\delta \phi + \delta \epsilon_e)_0$	$(-\delta \lambda \cos \phi + \delta \epsilon_m)_0$	$(-\delta \lambda \sin \phi + \delta \epsilon_n)_0$
$(N+h)_0 \cos \phi_0 \delta \lambda_0$	1.00	.00	.00	.00	.02	-.05	.04
$(M+h)_0 \delta \phi_0$	.00	1.00	.02	.00	.00	.10	.15
δh_0	.00	.02	1.00	.00	-.04	.00	.02
Δ	.00	.00	.00	1.00	-.05	-.02	.00
$(\delta \phi + \delta \epsilon_e)_0$	.02	-.05	-.04	-.05	1.00	.00	.00
$(-\delta \lambda \cos \phi + \delta \epsilon_m)_0$	-.05	.10	.00	-.02	.00	1.00	.00
$(-\delta \lambda \sin \phi + \delta \epsilon_n)_0$	.04	.15	.02	.00	.00	.00	1.00

Çizelge 6.2

Çizelge 6.1'de Sunulan Sonuçlarla İlgili Bilinmeyenler
Arası Korelasyon Katsayıları



Şekil 6.5 - 38 6det Laplace koeffisiyenti $\sigma = \frac{1}{2} (a + a)$ - 14 - 15det olarak hesaplanan Laplace koeffisiyentini

Ey Kapsirne Çizgileriyle Gösterimi (127, 'den alınmıştır)

7 - S O N U Ç

Uzun insanlık tarihi boyunca bilimsel, teknik ve sosyal gelişmelere daima ayak uyduran, hatta bazen öncülük bile eden jeodezi çağdaş gelişmelerle de ister istemez etkileşime girecekti. Güncel konunun da jeodezik ağlardaki deformasyon nedenlerinin araştırılması olduğu giriş bölümünde vurgulanmıştı. Türkiye gibi, yapay yer uydularından yararlanma olanakları ya hiç olmayan ya da kısıtlı olan ülkelerin ulusal ağları yalnızca yeryüzünde yapılan ölçme ve gözlemlerle kurulduğundan, bu konu Türkiye bakımından da ayrı bir önem kazanmaktadır. Böylesine bir temel amaçla başlanmış olan bu çalışmada ulaşılan sonuçlar iki kesimde toplanabilir. Bunlardan birisi genelde tüm var olan ağlara ilişkindir, diğeri de Türkiye I. derece triyângülasyon ağının durumudur.

A - Genel Sonuçlar:

A1 - Bir ağın yatay ve düşey kontrol biçiminde birbirinden bağımsız olarak düşünülmesi, hesaplamalarda yeğlenen hem matematik, hem de stokastik modellerde bazı önemli olabilecek hususların gözden kaçmasına neden olabilmektedir. Bunlar üç boyutlu jeodezide ve bugüne kadar güdülen amaçlarda belki etkili olmamıştır. Ancak böylesine pratik bir sonuç bundan sonraki amaçlar için de geçerlidir denemez. Ayrıca, güncel kabuk hareketleri, depremlerin önceden kestirilmesi, vb. yer dinamiği problemlerinin çözümlerinde ağır yükümlülükleri olan dört boyutlu jeodezide de boyutlar arası ilişkilerin gözardı edilebileceği genellemesine gitmemek gerektiği ortadadır. Kuramsal modeller tam kurulmalı, pratikten bulunacak deneysel sonuçlarla bir yargıya ulaşılmalıdır.

A2 - Alışlagelen yollarla kurulmuş olan astrojeodezik ağların hemen tümünde deformasyonların bulunma olasılığı çok yüksektir. Bunun nedenleri arasında gereksiz zorlamalar, zayıf ağ biçimleri, dengeleme hesabının yaklaşıklıkları ve diğer sorunları, vb. [50], [59] sayılabilirse de deformasyon miktarlarının önemli bir kesimini doğal koordinat sistemlerine dayanan ölçme ve gözleme sonuçlarının hesaplamalar için benimsenen referans koordinat sistemlerine indirgemelerinin ya hiç, ya da tam yapılmamaları oluşturmaktadır. Bu indirgemelerden gelebilecek düzeltmeler bazen ölçme inceliğinin altında bile kalabilir, [54]. Ancak, böylesi bir durumda bile bu düzeltmeler ağın yeryüzündeki konumuna göre düzenli bir dağılım gösteriyorlarsa, yöresel etki birikimleri önemli boyutlara ulaşabilir. ABD ağının doğu ve batı parçaları için varılan sonuçlar bunu doğrulamaktadır.

A3 - Alışlagelen yollarla kurulmuş bir ağda yukarıdaki nedenden kaynaklanan deformasyon miktarlarının ek yeryüzü ölçmeleriyle saptanma olanağı vardır. Bir başka deyişle, bu kaynaktan gelen büzülmeler ek yeryüzü ölçmeleriyle giderilerek ağ hem

mutlak konum hatası bakımından oldukça homojen bir duruma getirilebilir, hem de iç duyarlılığı yükseltilebilir. İlgili matematik model bu çalışmanın 4.3 ve 5.1 paragraflarında açıklandığı gibi alınabilir.

B - Türkiye I. Derece Triyangülasyon Ağıнын Durumu ve Öneriler:

B1 - Mevcut Avrupa ağıyla bağlantı zayıftır. Bu nedenle de, iç duyarlık yeterli bulunsa bile Avrupa Datumu-1950'ye göre ya da mutlak bir sisteme göre konum ve yönelimi yeterli bulunmayabilir. Bu sakınca giderilmek istenirse, gravite ölçüleriyle mutlak çekül sapmaları bulunmalı ve Türkiye sınırları içindeki bölge için ayrıntılı bir gravimetrik jeoid belirlenmelidir.

B2 - Hiç ya da tam yapılmamış indirgemeler düşünülürse, ağıнын konum hatası bakımından homojen olduğu söylenemez. Ayrıca doğrudan ölçmelerden bulunan (bir doğrultu için yaklaşık $m_0 = \pm 0.15$, [28]) ile dengelemeden sonra elde edilen (bir doğrultu için $m_0 = \pm 0.68$, [55]) doğruluk ölçütlerinin oransızlığı ağıнын iç duyarlılığının da arazide çeşitli sıkıntılarla becerilmiş bu güzel sonuç için harcanan bunca emeği karşılayacak düzeyde olmadığını göstermektedir. Bir başka deyişle ağıнын yatay kontrolü, istenirse, hem konum hatası bakımından daha homojen, hem de iç duyarlık bakımından daha yüksek bir düzeye getirilebilir. Bu amaçla ilkin düşey kontrol tamamlanmalı, daha sonra da yeterli incelikte ek uzunluk, başucu açısı ölçmeleri ve astronomik gözlemler yapılmalıdır. Sonra da 4.3 ve 5.1 paragraflarında açıklanan matematik modellerle koordinatlar düzeltilmelidir. Ayrıca çeşitli kurum ve kuruluşlarca sürdürülmekte olan gravite ölçüleri bu amaca da yönelik planlanırsa, işlem kontrollü bir biçimde uygulanabilir.

B3 - Şu anda pek çok ülkede olduğu gibi [11], [12], [67] nem ortaya çıkmış mevcut sorunları çözümleyecek, hem de ileriye dönük olası gereksinimleri karşılayacak nitelikte bir ağ oluşturulmak istenirse, ağıнын yenilenmesi gerekir. Elde bulunan orijinal ölçme sonuçlarının çok büyük bir kesimi bu amaç için yeterli doğruluk derecesine sahiptir. Eğer ağ yenilenmek istenirse, süre kaybedilmeksizin bir yandan uluslararası işbirliğine gidilmeli (Avrupa ağıнын toptan dengelenmesine katılmak için girişimde bulunulmalı), bir yandan da hem gerekli ölçü yenileme ya da yeni ölçmeler yapma vb. arazi çalışmaları, hem de astrojeodezik çekül sapması interpolasyonu, gravite indirgemeleri için gerekli ortalama arazi yüksekliği okumaları vb. büro hazırlıkları planlanıp uygulamaya konmalıdır.

Yararlanılan Kaynaklar

- [1] Adams, O.S. (1930) : The Bowie Method of Triangulation Adjustment. USCGS Special Publ. 159
- [2] Aksoy, A. (1975) : Jeodezik Astronominin Temel Bilgileri (Küresel Astronomi). İstanbul
- [3] Aksoy, A. - Güneş, İ.H. (1976) : Jeodezi I ve II. İstanbul
- [4] Ateş, T. (1958) : Harita, Tarihçesi ve Türkiye'de Harita İşleri. Harita Dergisi Nato Özel Sayısı
- [5] Ayan, T. (1976) : Astrogeodatische Geoid Berechnung für das Gebiet der Türkei. Karlsruhe
- [6] Badekas, J. - Mueller, I.I. (1967) : Interpolation of Deflections from Gravity Gradients. Reports of the Dept. of Geodetic Science No 98, The Ohio State University, Columbus (Ohio)
- [7] Badekas, J. (1967) : The Horizontal Gradients of Gravity in South West Ohio. Reports of the Dept. of Geodetic Science No 89, The Ohio State University, Columbus (Ohio)
- [8] Baeschlin, C.F. (1948) : Lehrbuch der Geodäsie. Zürich
- [9] Baker, L.S. (1974) : Geodetic Networks in the United States. The Canadian Surveyor, Vol 28 No 5
- [10] Bomford, G. (1971) : Geodesy. Oxford
- [11] Bossler, J.D. (1976) : The New Adjustment of the North American Horizontal Datum. EOS, Vol. 57 No 8
- [12] Bossler, J.D. (1977) : Changing Views on Control Networks (The Changing World of Geodetic Science, Vol I). Reports of the Dept. of Geodetic Science No 250, The Ohio State University, Columbus (Ohio)
- [13] Duerksen, J.A. (1941) : Deflection of the Vertical in the United States (1927 Datum). USCGS Special Publ. 229
- [14] Erbudak, M. - Tuğluoğlu, A. (1976) : Fiziksel Geodezi. İstanbul
- [15] Fisher, I. (1966) : A Revision of the Geoid Map of North America. Journal of Geophysical Research, Vol. 71 No 20
- [16] Fisher, I. - Slutsky, M. - Shirley, R. - W, III, P. (1967) : Geoid Charts of North and Central America. Army Map Service Technical Report No 62

- [17] Grafarend,E.(1972) : Three-Dimensional Geodesy and Gravity Gradients.Reports of the Dept. of Geodetic Science No 174,The Ohio State University,Columbus(Ohio)
- [18] Grafarend,E.(1973a) : Attempts for a Unified Theory of Geodesy.Bull.Géod.109
- [19] Grafarend,E.(1973b) : Gravity Gradients and Three Dimensional Net Adjustment without Ellipsoidal Reference.Reports of the Dept. of Geodetic Science No 202,The Ohio State University,Columbus (Ohio)
- [20] Grafarend,E.(1975a) : Cartan Frames and a Foundation of Physical Geodesy. Methoden und Verfahren der mathematischen Physik/Band 12, B.I. Mannheim/Wien/Zürich
- [21] Grafarend,E.(1975b) : ThreeDimensional Geodesy I - The Holonomy Problem - ZfV Vol.100 s.269
- [22] Grafarend,E.(1977) : Space-Time Differential Geodesy(The Changing World of Geodetic Science No 250,The Ohio State University,Columbus (Ohio)
- [23] Grafarend,E.- Richter,B.(1977) : The Generalized Laplace Condition.Bull.Géod. Vol.51 No 4
- [24] Groten,E.(1974) : Problems Related to Absolut Orientation of Geodetic Systems. The Canadian Surveyor Vol.28 No 5
- [25] Gürkan,O.(1973) : Untersuchung von Laplace-Widersprüchen auf systematische Fehler,Bonn
- [26] Gürkan,O.(1977) : Dört Boyutta Benzeşim Dönüşümü ve Değişik Jeodezik(Elipsoit) Sistemler Arasındaki Bağlantılar.KTD,Jeodezi ve Fotogrametri Böl. Bilimsel Rapor 1
- [27] Gürkan,O.(1978) : Türkiye I. Derece Triyagülasyon Ağında Laplace Kapanmaları.KTD,Jeodezi ve Fotogrametri Böl.Bilimsel Rapor 3
- [28] Harita Genel Müdürlüğü(?) : Türkiye I. Derece Triyagülasyon Ağı Yedinci Poligonunun Orjinal Aç ve Uzunluk Ölçmeleri.Ankara
- [29] Harita Genel Müdürlüğü(1957) : Report of Geodetic Works in Turkey,No 5. IUGG/Toronto
- [30] Harita Genel Müdürlüğü(1970) : Türk Haritacılığında 75 Yıl.Ankara
- [31] Harita Genel Müdürlüğü(1975) : Türk Haritacılığında 80 Yıl.Ankara

- [32] Heiskanen, W.A. - Moritz, H. (1967) : Physical Geodesy. San Francisco and London
- [33] Helmert, F.R. (1880) : Die mathematischen und physicalischen Theorien der
höheren Geodäsie, Leipzig
- [34a] Hotine, M. (1959) : A Primer of Non-classical Geodesy. London
- [34b] Hotina, M. (1969) : Mathematical Geodesy. Washington D.C.
- [35] Ledersteger, K. (1969) : Astronomische und physicalische (Erdmessung) -
Jordan/Eggert/Kneissl; Handbuch der Vermessungskunde
Band V-Stuttgart
- [36] Leick, A. - Gelder, B.H.W. van (1975) : On Similarity Transformations and Geodetic
Network Distortions Based on Doppler Satellite Observations.
Reports of the Dept. of Geodetic Science No 235, The Ohio
State University, Columbus (Ohio)
- [37] Mather, R.S. (1974) : Geodetic Coordinates in Four Dimensions. The Canadian
Surveyor Vol. 28 No 5
- [38] Marussi, A. (1949) : Fondements de geometrie differentielle absolue du champ
potantial terrestre. Bull. Géod. Vol. 14 s. 411
- [39] Marussi, A. (1974) : Geodetic Networks in Space. The Canadian Surveyor Vol. 28
No 5
- [40] Mueller, I.I. (1961) : The Determination of the Regional Part of the Vertical
Gradient Anomaly by a Geodetic Method. Geofisica pura e
Applicata Vol 48 s. 1
- [41] Mueller, I.I. (1963) : Geodesy and Torsion Balance. Journal of Surveying and
Mapping Vol 89, s. 123
- [42] Mueller, I.I. (1964) : Introduction to Satellite Geodesy. New York
- [43] Mueller, I.I. (1966) : Interpolation of Deflections of the Vertical by Means
of a Torsion Balance. Bull. Géod. Vol. 80 s. 171
- [44] Mueller, I.I. (1969) : Spherical and Practical Astronomy as Applied to Geodesy.
New York
- [45] Mueller, I.I. (1974) : Review of Problems Associated with Conventional Geodetic
Datums. The Canadian Surveyor Vol 28 No 5
- [46] Mueller, I.I. (1975) : Tracking Station Positioning from Artificial Satellite
Observations. Geophysical Surveys Vol. 2 s. 243

- [47] Mueller, I.I.- Holway III, O.- King Jr, R.B. (1963) : Geodetic Experiment by Means of a Torsion Balance. Reports of the Inst. of Geod., Photo. and Cart. No 30, The Ohio State University, Columbus (Ohio)
- [48] National Academy of Sciences (1971) : North American Datum
- [49] Özbenli, E. (1972) : Jeodeziye Giriş (Elipsoid Geometrisi). Trabzon
- [50] Öztürk, E. (1977) : Güte-Kriterien zum Vergleich von geodatischen Netzen, Bonn
- [51] Rapp, R.H. (1975) : Geometric Geodesy Vol I, II. Columbus (Ohio)
- [52] Soler, T. (1976) : On Differential Transformations Between Cartesian and Curvilinear (Geodetic) Coordinates. Reports of the Dept. of Geodetic Science No 236, The Ohio State University, Columbus (Ohio)
- [53] Thomson, D.B.- Nassar, M.M.- Merry, C.L. (1974) : Distortions of Canadian Geodetic Networks Due to the Neglect of Deflections of the Vertical and Geoidal Heights. The Canadian Surveyor Vol 28 No 5
- [54] Tuğluoğlu, A. (1975) : Jeodezik Ölçülerin Elipsoide İndirgenmesi. İstanbul
- [55] Uğur, E. (1976) : Türkiye I. Derece Triangülasyon Ağının Dengelenmesi. Harita Dergisi 83
- [56] Ulsoy, E.- Güneş, İ.H. (1974) : Jeodezi II Ders Notları, İTÜ. İstanbul
- [57] Ulsoy, E. (1977) : Matematiksel Jeodezi. İstanbul
- [58] Uotila, U.A. (1967) : Adjustment Computations. Columbus (Ohio)
- [59] Onal, M.T. (1977) : Randeffekte in geodatischen Netzen und ihre Gesetzmäßigkeiten. Bonn
- [60] Vanicek, P.- Merry, C.L. (1973) : Determination of the Geoid from Deflection of the Vertical, Using a Least Square Surface Fitting Technique. Bull. Géod. 109
- [61] Vanicek, P.- Wells, D.E. (1974) : Positioning of Horizontal Geodetic Datums. The Canadian Surveyor Vol. 28 No 5
- [62] Wolf, H. (1949) : Beiträge zur Lotabweichungsausgleichung und Geoidbestimmung. Ver. d. Inst. f. Erdmessung No 6, Bamberg

- [63] Wolf, H. (1950) : Die Azimutausgleichung für das Zentraleuropäische Netz.
Ver.d.Inst.f.Erdmessung No 5, Bamberg
- [64] Wolf, H. (1963) : Dreidimensionale Geodäsie Herkunft, Methodik und Zielsetzung.
ZfV Vol.88 s.99
- [65] Wolf, H. (1963) : Die Grundgleichungen der Dreidimensionalen Geodäsie in
elementarer Darstellung. ZfV Vol.88 s.225
- [66] Wolf, H. (1968) : Ausgleichungsrechnung nach der Methode der kleinsten
Quadrate, Bonn
- [67] Wolf, H. (1975) : Das Europäische Dreiecksnetz Ursprung, Entwicklung und
künftige Möglichkeiten. Geodatische Woche Köln 1975
- [68] Yasar, K. (1972) : Jeodezik Astronomi. Ankara
- [69] Young, H.D. (1962) : Statistical Treatment of Experimental Data. New York
- [70] . . . : ABD ve Türkiye Ağlarıyla ilgili Yetkililerle Yapılan
Özel Görüşmeler ve Alınan Notlar

T e ş e k k ü r

Sayısal inceleme ve araştırma olanakları, KTD Yer Bilimleri Fakültesinin bir yıl süreli yurt dışı görevlendirmesiyle doğmuştur.

ABD'de Ohio State University, Department of Geodetic Science'da konuk araştırmacı olarak geçirilen bu süre içerisinde, uydu gözlemleri ve ABD ağıyla ilgili sayısal verilerin derlenmesindeki gayretleri, konulara ilişkin uyarı ve yol göstericilikleri, Üniversitenin araştırma fonundan yararlanarak bilgisayar kullanma vb. destekleri sağlamalarıyla Prof Dr I.I. Mueller ve Bölüm Başkanı Prof Dr U.A. Uotila sıcak ilgi ve yardımlarını esirgememişlerdir.

Yine ABD'de National Geodetic Survey'in her türlü kapısı ardına kadar açılmış, gerektiğinde yardımcıları sağlanmıştır.

Türkiye 1. derece Triangülasyon ağıının sahibi kuruluş Harita Genel Müdürlüğünde ağıla ilgili istenen her türlü veri ve bilgi sağlama olanakları anında yaratılmıştır. Bu kuruluşun değerli elemanları gerektiğinde bizzat yardıma koşmuşlardır.

Şekilleri ve haritaları Yaşar Yavuz büyük bir dikkat ve sabırla çizmiştir.

Çalışmanın bir bütün olarak ortaya çıkmasında yardım ve destekleriyle katkıları olan tüm kişi ve kuruluşlara en içten teşekkürlerimi sunarım.